

問題紙

1 a, b を実数とする。

- (1) 整式 x^3 を 2 次式 $(x - a)^2$ で割ったときの余りを求めよ。
- (2) 実数を係数とする 2 次式 $f(x) = x^2 + ax + \beta$ で整式 x^3 を割ったときの余りが $3x + b$ とする。 b の値に応じて、このような $f(x)$ が何個あるかを求めよ。

2 1 つのサイコロを 3 回投げる。1 回目に出る目を a 、2 回目に出る目を b 、3 回目に出る目を c とする。なおサイコロは 1 から 6 までの目が等しい確率で出るものとする。

- (1) $ab + 2c \geq abc$ となる確率を求めよ。
- (2) $ab + 2c$ と $2abc$ が互いに素となる確率を求めよ。

3 a, b を実数とし、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ を C_1 、放物線 $y = -(x - a)^2 + b$ を C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるための a, b の条件を求めよ。
以下、 C_1 と C_2 は異なる 2 点で交わるとし、 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とする。
- (2) $S = 16$ となるための a, b の条件を求めよ。
- (3) a, b は $b \leq a + 3$ を満たすとする。このとき S の最大値を求めよ。