

補 足 説 明

教科：理科（情-自然・情-コン・理・医・工・農）

問題冊子に、次のとおり補足説明があります。

・物理：2箇所

補足説明

- ・科目名：物理
- ・問題冊子 8 ページ
- ・問題番号：問題Ⅱ
- ・問題文の7行目末尾に追記

ただし，荷電粒子からの電磁波の発生は無視する。

- ・問題冊子 14 ページ
- ・問題番号：問題Ⅲ
- ・問題文の1行目

原文：…薄膜で密閉された…

補足文：…薄膜を接着し密閉された…

I

物 理

問題は次のページから書かれていて、I、II、IIIの3題ある。3題すべてに解答せよ。

解答は、答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には、答えにいたるまでの過程について、法則、関係式、論理、計算、図などの中から適宜選んで簡潔に書け。文字や記号は、まぎらわしくないようはっきり記せ。

物理 問題 I

図1のように、質量 m の小球 A を、水平な床からの高さが h の位置から、水平方向右向きに速さ v で投げ出した。水平方向右向きを x 軸の正の向きとして、小球 A を投げ出したときの x 座標を $x = 0$ 、小球 A が初めて床に到達したときの x 座標を x_A とする。床はなめらかであり、小球 A と床の間の反発係数(はね返り係数)を e 、重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。なお、全ての運動は紙面内に限り、小球の大きさと空気抵抗は無視できる。

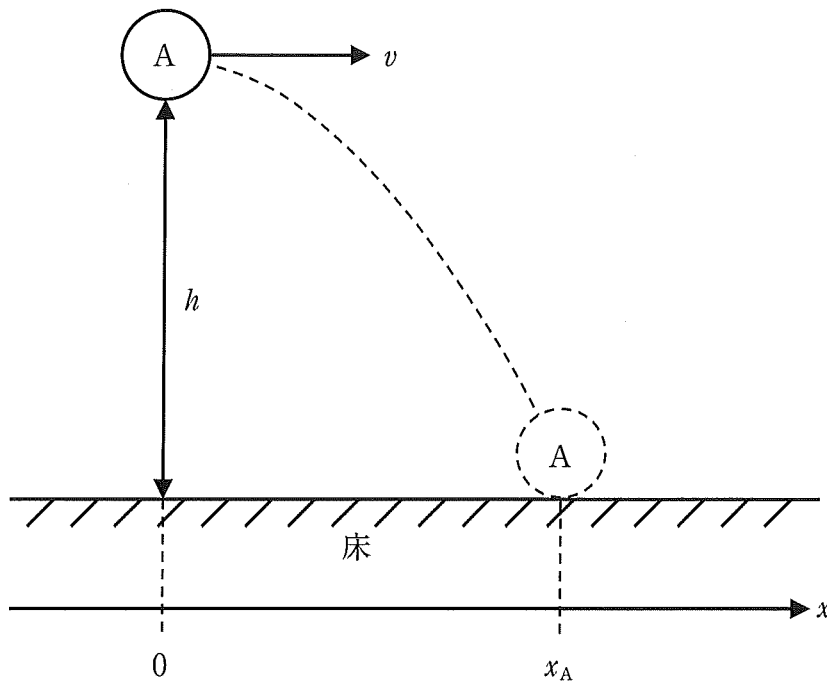


図1

設問(1): x_A を e , m , h , v , g のうち必要なものを用いて表せ。

設問(2): 小球 A が床で初めてはね返ったときを1回目として、2回目に床に到達したときの x 座標を e , x_A , h , g のうち必要なものを用いて表せ。

次に、図2のように、図1の初期状態に質量 m の小球 B を加えた。小球 A を速さ v で水平方向右向きに投げ出したのと同時に、 x 座標が x_B ($x_B > 0$) で、床からの高さが h の位置から、小球 B を静かに落下させたところ、小球 A と B は床に到達する前に衝突した。以下の設問に答えよ。なお、全ての運動は紙面内に限り、小球の大きさと空気抵抗は無視できる。

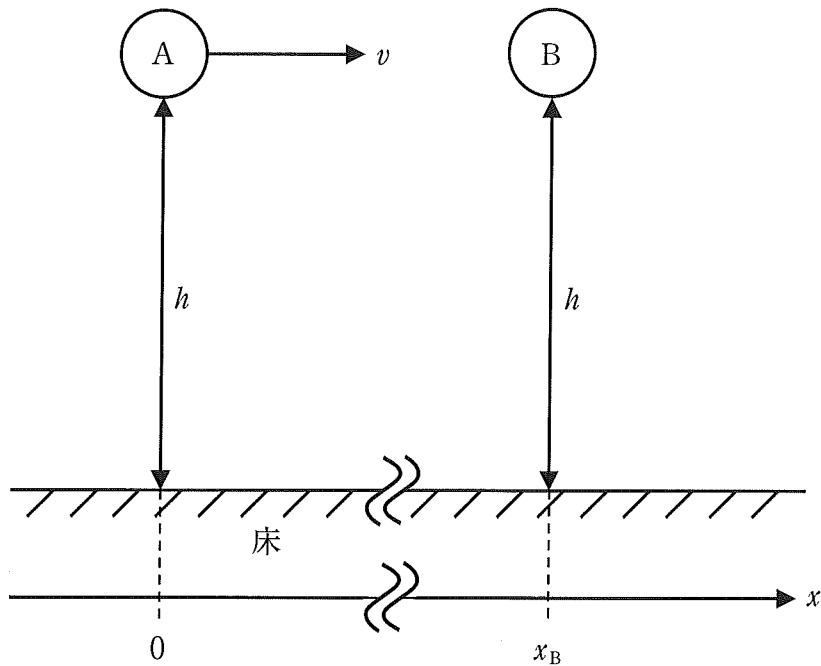


図2

設問(3)：小球 A が床に到達する前に小球 B と衝突するために、速さ v が満たすべき条件を x_B , h , g のうち必要なものを用いて表せ。

設問(4)：小球 A と B の間の反発係数が 1 の場合について考える。小球 A と B が初めて床に到達したときのそれぞれの x 座標を x_A , x_B , h , g のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 x_A は図1で与えられたものとする。

設問(5)：小球 A と B の間の反発係数が 0 の場合について考える。小球 A と B が初めて床に到達したときのそれぞれの x 座標を x_A , x_B , h , g のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 x_A は図1で与えられたものとする。

設問(6)：小球 A と B の間の反発係数が 0 の場合，小球 A と B を合わせた全力学的エネルギーは衝突により減少する。小球 A と B の衝突によるエネルギーの減少量を x_B , m , h , v , g のうち必要なものを用いて表せ。また，エネルギーの減少分が何に変化したか，適当な例を一つ答えよ。

次に，図 2 の状態で，小球 B を時刻 $t = 0$ で静かに落下させたのち，小球 A を時刻 $t = T (T > 0)$ で水平方向右向きに速さ v で投げ出したところ，小球 A は床に到達する前に小球 B と衝突した。小球 B と床の反発係数は 1 であり，小球 A と衝突する前に小球 B が床ではね返った回数を $n (n \geq 1)$ とする。また，速さ v は設問(3)の条件を満たしているものとする。以下の設問に答えよ。

設問(7)：小球 B の落下中に小球 A と衝突する場合と，小球 B の上昇中に小球 A と衝突する場合の 2 通りが考えられる。それぞれの場合について，小球 A を投げ出す時刻 T を n , x_B , m , h , v , g のうち必要なものを用いて表せ。

次に、図3のように、小球Aを x 座標が $x = 0$ で、水平な床からの高さが h の位置から、水平方向と角度 θ [rad] ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)をなす向きに速さ V で投げ出した。小球Aを投げ出すと同時に、小球Bを x 座標が x_B で、床からの高さが H の位置から静かに落下させたところ、小球AとBは床に到達する前に衝突した。重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。なお、全ての運動は紙面内に限り、小球の大きさと空気抵抗は無視できる。

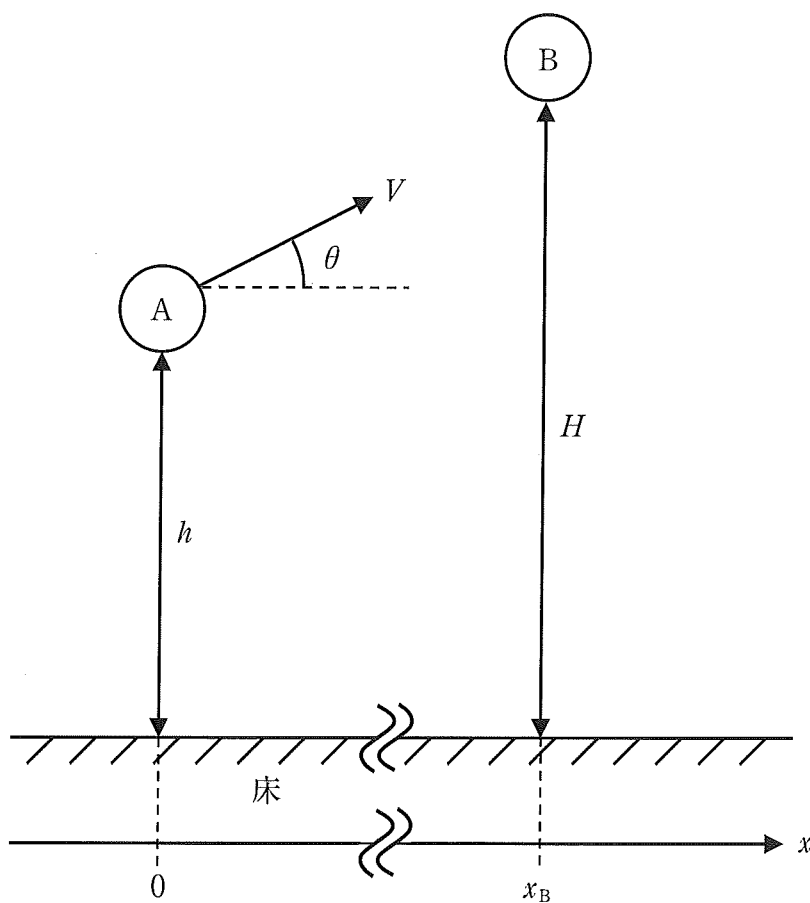
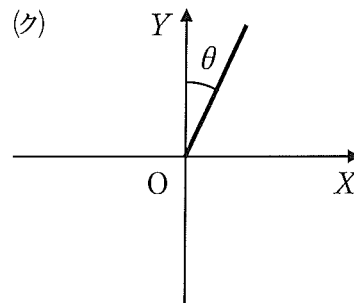
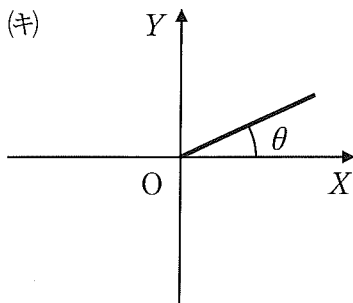
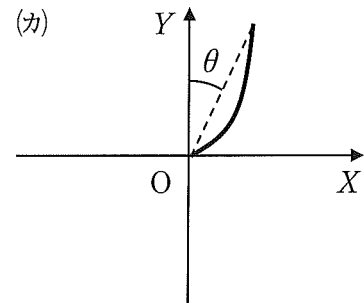
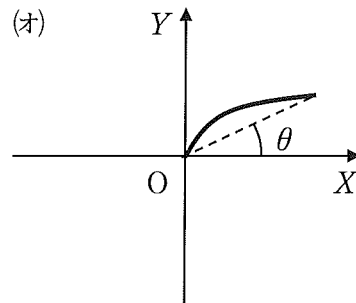
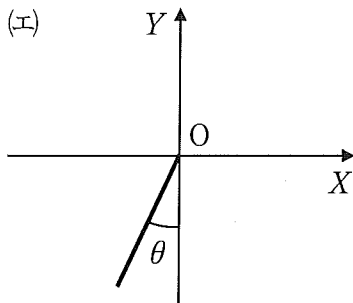
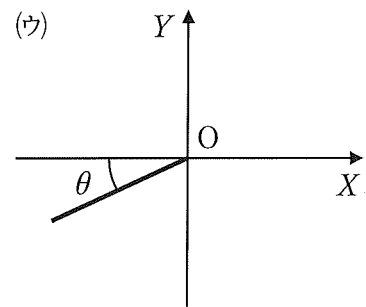
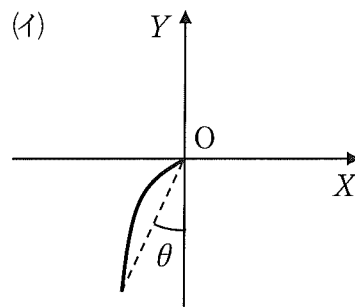
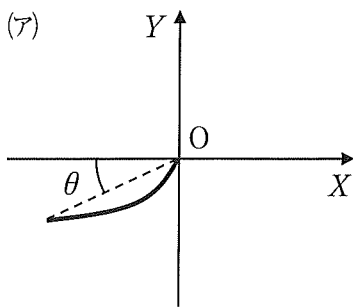


図3

設問(8) : H を V , θ , x_B , h , g のうち必要なものを用いて表せ。

設問(9)：小球Bとともに動く観測者から、小球Aの運動がどのように見えるかについて考える。小球Aが投げ出されてから小球Bと衝突するまでの、小球Bからみた小球Aの運動として、最も適切なものを以下の選択肢より一つ選べ。ただし、選択肢中の図では、小球Bの中心を原点Oとして、水平方向右向きにX軸、鉛直方向上向きにY軸をとった。また、小球Aの運動は実線で示されている。

選択肢：



物理 問題 II

真空中に設置された図 1 に示す装置において、質量 m 、電荷 q ($q > 0$) の荷電粒子 X を初期位置 A に静止させた。平行平板電極 P_0 と P_1 にそれぞれ V ($V > 0$) および 0 の電位を与え、荷電粒子 X を P_0 から P_1 に向けて加速したところ、荷電粒子 X は平板電極 P_1 に垂直に入射し、平板上のスリット S_1 を通過した。以下、各図中の平板は全て紙面に垂直に置かれているとし、全てのスリットの幅は十分に狭いとする。荷電粒子の運動は紙面内に限り、重力の影響は無視できるものとする。以下の設問に答えよ。

設問(1)：荷電粒子 X がスリット S_1 を通過するときの速さ v_1 を m 、 q 、 V のうち必要なものを用いて表せ。

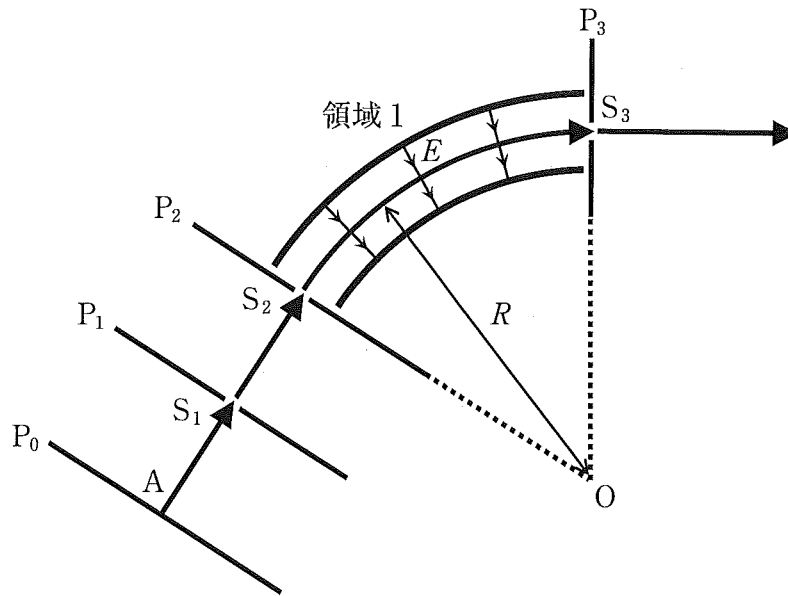


図 1

次に、図1に示すように、荷電粒子Xは平板 P_2 上のスリット S_2 も通過し、領域1内を運動した。領域1内において、荷電粒子Xは点Oを中心として半径 R の円弧状の軌道を描き、平板 P_3 に垂直に入射しながらスリット S_3 を通過した。領域1内には図中の電気力線で表されるような電場が存在し、荷電粒子Xの軌道上における電場の大きさは一定値 E であり、その向きは荷電粒子Xの運動方向に常に直交する。また、スリット S_1 , S_2 , S_3 における電位は等しいとする。

設問(2)：荷電粒子Xの軌道の半径 R を m , q , E , V のうち必要なものを用いて表せ。

次に、図1に新たな部分を追加した装置を図2に示す。前問と同様にスリット S_3 を通過した荷電粒子 X は、平板 P_4 に垂直に入射してスリット S_4 を通過し、灰色で示す領域2の中を運動した。荷電粒子 X は、図2に示すような半円状の軌道を描き、平板 P_4 上のスリット S_5 を通過した。スリット S_4 と S_5 の間の距離を L とする。領域2の中には、紙面裏から表に向かう紙面に垂直な磁束密度 B の一様な磁場が存在する。なお、スリット S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 における電位は等しいとする。

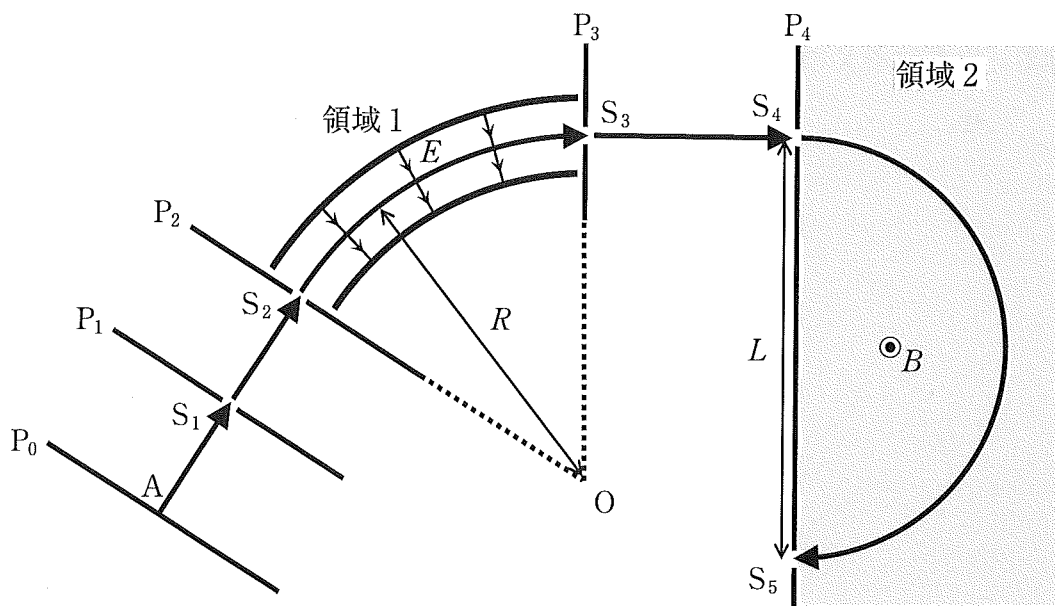


図2

設問(3)：荷電粒子 X がスリット $S_1 \sim S_5$ を通過するときの速さを、それぞれ $v_1 \sim v_5$ とする。これらの速さの関係について、適切なものを以下の選択肢(ア)~(カ)から一つ選べ。

選択肢：

(ア) $v_1 < v_2 < v_3 < v_4 < v_5$

(イ) $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_5$

(ウ) $v_1 > v_2 > v_3 > v_4 > v_5$

(エ) $v_1 = v_2 < v_3 = v_4 < v_5$

(オ) $v_1 = v_2 > v_3 = v_4 > v_5$

(カ) $v_1 = v_2 < v_3 = v_4 > v_5$

設問(4)：スリット S_4 と S_5 の間の距離 L を m, q, E, B, V のうち必要なものを用いて表せ。

設問(5)：初期位置 A に置いた荷電粒子 X がスリット S_5 を通過するために電場 E と磁束密度 B が満たすべき条件を考えることによって、磁束密度 B を用いて電場 E を表せ。ただし、 B に加えて m , q , R , L のうち必要なものを用いてよい。

設問(6)：荷電粒子 X がスリット S_5 を通過する条件を保ったまま、荷電粒子 X の代わりに質量 $\frac{m}{2}$, 電荷 q の荷電粒子 Y を位置 A に置いた。このとき、領域 2 において荷電粒子 Y が描く軌道の概形を答案紙に図示し、その特徴を簡潔に説明せよ。なお、答案紙上に破線で示されているのは荷電粒子 X の軌道である。また、図中には S_4 と S_5 の間の距離 L を 10 等分する方眼目盛を記してある。

図 2 に示す装置において、それぞれ 1 価(電荷 $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)の正イオンである炭素の同位体 ^{12}C (質量 $1.99 \times 10^{-26} \text{ kg}$)および ^{14}C (質量 $2.32 \times 10^{-26} \text{ kg}$)を同時に位置 A に静止させて装置を動作させ、 ^{12}C のみスリット S_5 を通過させることで、これら 2 種類の同位体を識別することを考える。電位 V は $1.00 \times 10^4 \text{ V}$, 領域 1 の軌道半径 R は 1.00 m , 領域 2 の磁束密度 B は $1.00 \times 10^{-1} \text{ T}$ とする。以下の設問に答えよ。必要であれば表 1 にある近似値を計算に用いてもよい。

設問(7)： ^{12}C がスリット S_3 を通過するのに必要な電場 E [V/m] の値を求めよ。

設問(8)： ^{12}C および ^{14}C はスリット S_4 を通過後、それぞれ平板 P_4 上に到達した。その到達位置の差に最も近いものを以下の選択肢(ア)~(カ)から一つ選べ。

選択肢：

(ア) 0.8 cm

(イ) 2 cm

(ウ) 8 cm

(エ) 20 cm

(オ) 80 cm

(カ) 200 cm

表 1：

x	1.99	2	2.32	3	5	7
\sqrt{x}	1.41	1.41	1.52	1.73	2.24	2.65
$\sqrt[3]{x}$	1.26	1.26	1.32	1.44	1.71	1.91

物理 問題Ⅲ

図1に示すように、ゴンドラの上に伸縮性が高く熱を通さない薄膜で密閉された空間を用意し、その空間の中のゴンドラ上面にヒーターを置いた。これら全体を「気球」と呼ぶ。ただし、ゴンドラ上面での熱の出入りは無視できる。薄膜の質量は無視できるものとし、ゴンドラとヒーターの総質量を M とする。また、ゴンドラ、ヒーターの体積は無視できるとする。

圧力 P 、絶対温度 T_0 、単位物質あたり質量 A の理想気体で満たされた外部空間に気球を置き、気球内部に質量 m の同じ気体を封入した。気球内部の気体の圧力は、常に外部空間の気体の圧力に等しいとする。気球内部の気体の温度は当初 T_0 で、その後、圧力 P を一定に保った状態でヒーターで気球内部の気体を加熱したところ、与えた熱量が Q になったところで気球が浮上を始めた。このとき、気球内部の気体の温度が T_b 、体積が V_b であった。気体定数を R 、重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。

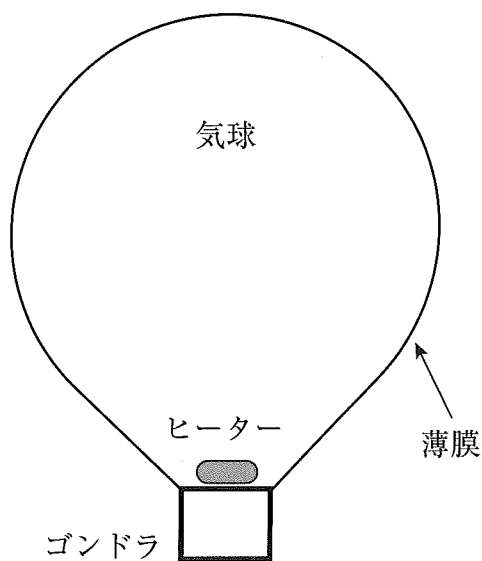


図1

設問(1)：気球内部の気体の質量 m を、 P 、 V_b 、 T_b 、 T_0 、 R 、 A のうち必要なものを用いて表せ。

設問(2)：気球が浮上を始めた瞬間に周囲の気体から受けていた浮力 F を、 P 、 V_b 、 T_0 、 R 、 A 、 M 、 g のうち必要なものを用いて表せ。また、この結果を用いて温度 T_b を、 P 、 V_b 、 T_0 、 R 、 A 、 M 、 g のうち必要なものを用いて表せ。

設問(3)：この気体の比熱(単位質量あたりの熱容量)は、圧力を一定に保った状態で C である。このとき、与えられた熱量 Q を、 T_b 、 T_0 、 m 、 C を用いて表し、答案紙の[答1]の欄に記せ。次に設問(1)と(2)の結果を用いて、 Q を m 、 T_b を用いず、 P 、 V_b 、 T_0 、 R 、 A 、 C 、 M のうち必要なものを用いて表し、答案紙の[答2]の欄に記せ。

乾燥空気の状態方程式と比熱は、単位物質あたり質量が $A = 2.90 \times 10^{-2} \text{ kg/mol}$ の二原子分子の理想気体のそれらで近似できる。以下、水蒸気をわずかに含む空気の断熱変化について考察する。なお、計算を簡単にするため、物理定数や物理量は問題文で与えたものを用いよ。

圧力を自在に変えられる大きな外部空間の中に、さきほどと同じ気球を置き、動かないようにひもで固定した。ただし、以下では気球のヒーターは用いない。気球の中には、初期体積 $V_1 = 24.9 \text{ m}^3$ 、初期温度 $T_1 = 300 \text{ K}$ の乾燥空気が入っており、気球内および外部空間の初期圧力は $P_1 = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ であった。気球の中に質量 $7.30 \times 10^{-2} \text{ kg}$ 、温度 T_1 の水蒸気を加えた上で、外部空間の圧力を P_1 から下げて気球を断熱変化させる。このとき、圧力 P と気球内部の空気の体積 V は $PV^{1.4} = \text{一定}$ という関係を保つ。なお、水蒸気は空気に比べて質量が十分小さいため気球内部の体積には影響を与えず、断熱変化においては温度に影響を与えないものとする。気体定数は $R = 8.30 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$ とする。以下の設問に答えよ。

設問(4)：気球内部の空気の質量は何 kg か、有効数字 2 桁で求めよ。

設問(5)：圧力が $P_2 = 5.00 \times 10^4 \text{ Pa}$ まで半減したときを考える。このとき気球内部の空気の体積は V_2 、温度は T_2 となった。以下の文章で、(あ)には { } 中の選択肢㉗～㉛から適切なものを一つ選び、(い)には有効数字 3 桁の数字を記せ。この段階では水蒸気は水や氷に変化せず、また、その圧力と温度への影響は無視できるものとする。

圧力が P_1 から P_2 に半減したことで、体積 V_2 は V_1 の

(あ) { ㉗ $2^{\frac{1}{1.4}}$ 倍(約 1.641 倍), ㉘ $2^{1.4}$ 倍(約 2.639 倍),

㉙ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{1.4}}$ 倍(約 0.6095 倍), ㉚ $\left(\frac{1}{2}\right)^{1.4}$ 倍(約 0.3789 倍), ㉛ $\frac{1}{2}$ 倍,

㉜ 2 倍 } となった。また、温度 T_2 は K となった。

前問の水蒸気の一部が氷に変化することで、気球内部の空気に入出入りする熱を考える。簡単のため、圧力が $P_2 = 5.00 \times 10^4 \text{ Pa}$ になるまでは水蒸気は水や氷にならず、この圧力になったところで、圧力を一定に保った状態で質量 $5.00 \times 10^{-2} \text{ kg}$ の水蒸気が氷になり、その後、気球内部の温度は一様となったとする。水蒸気が氷になるときに出入りする熱の絶対値は、単位質量あたり $2.80 \times 10^6 \text{ J/kg}$ である。

設問(6)：以下の文章において、(a)には { } の中の選択肢㉑～㉕から適切なものを一つ選び、(い)には有効数字2桁の数字を記せ。なお(い)では、温度が上がる場合は正、下がる場合は負の数字を答えること。また、圧力を一定に保った状態で、空気の比熱は $C = 1.00 \times 10^3 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ である。

質量 $5.00 \times 10^{-2} \text{ kg}$ の水蒸気が氷になることで、(a) {㉑ $2.80 \times 10^5 \text{ J}$ の熱が空気から吸収され、㉒ $1.40 \times 10^5 \text{ J}$ の熱が空気から吸収され、㉓ $2.80 \times 10^5 \text{ J}$ の熱が空気へ供給され、㉔ $1.40 \times 10^5 \text{ J}$ の熱が空気へ供給され} た。これにより空気の温度は $\Delta T = \boxed{\text{(い)}} \text{ K}$ 変化する。

前問の状態で気球内から $5.00 \times 10^{-2} \text{ kg}$ の氷をすべて取り出した。この作業の前後で気球内部の空気の圧力、温度、体積は変わらなかった。その後に断熱圧縮を行い、圧力を再び $1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ とした。

設問(7)：このときの気球内部の空気の温度を T_3 とすると、初期温度 T_1 との差、 $T_3 - T_1$ が、設問(6)の ΔT の何倍か求めよ。必要に応じて、設問(5)の(a)の選択肢の数字を用いてよい。