

# I

# 物 理

---

問題は次のページから書かれていて、I、II、IIIの3題ある。3題すべてに解答せよ。

解答は、答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には、答えにいたるまでの過程について、法則、関係式、論理、計算、図などの中から適宜選んで簡潔に書け。文字や記号は、まぎらわしくないようはっきり記せ。

## 物理 問題 I

図1のように、質量がそれぞれ  $m$ ,  $M$  ( $M > m$ ) である小球 A, B を摩擦のないなめらかで水平な床の上に置く。また、一端が鉛直な壁面に固定された自然長  $\ell$ , ばね定数  $k$  のばねの他端に、小球 B を接続する。ここで、水平方向右向きを  $x$  軸の正の向きとし、 $x < 0$  の領域に置かれた小球 A に、図の右向きに大きさ  $v_0$  の初速度を与え、座標  $x = 0$  の位置に静止している小球 B と正面方向から弾性衝突させる。なお、壁面の位置座標は  $x = \ell$  とする。各小球の大きさ、ばねの質量、小球やばねにはたらく空気抵抗は無視できるものとする。ばねの伸縮の長さは自然長  $\ell$  に比べて十分短く、小球 B がばねから受ける力は常にフックの法則に従うものとする。また、ばねの伸縮および各小球の運動は、 $x$  軸に沿った同一直線上に限定されるものとする。以下の設問に答えよ。

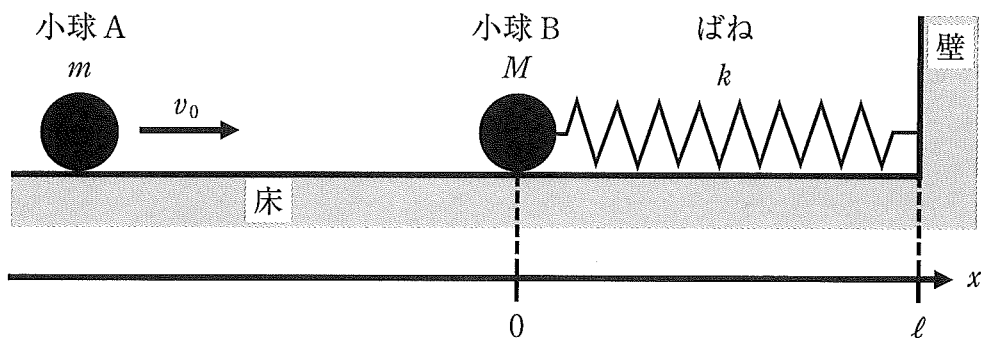


図1

設問(1): 小球 A, B の衝突直後における小球 A, B の速度をそれぞれ  $v_A$ ,  $v_B$  (ともに図1の右向きを正) とする。このとき、 $v_A$ ,  $v_B$  を  $m$ ,  $M$ ,  $v_0$ ,  $k$ ,  $\ell$  のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。

設問(2): 小球 A, B の衝突後における小球 B の位置座標の最大値  $x = x_B^{\max}$  を  $m$ ,  $M$ ,  $v_0$ ,  $k$ ,  $\ell$  のうち必要なものを用いて表せ。

次に、図2のように、質量がともに  $M$  である小球 C, D を摩擦のないなめらかで水平な床の上に置き、これらを自然長  $l$ 、ばね定数  $k$  のばねの両端に接続する。ここで、水平方向右向きを  $x$  軸の正の向きとする。はじめ、小球 C, D はそれぞれ座標  $x = 0$ ,  $x = l$  の位置に静止していた。その後、時刻  $t = 0$  において小球 C のみに図の右向きに大きさ  $V_0$  の初速度を与えた。時刻  $t (t \geq 0)$  における小球 C の位置座標、速度、加速度をそれぞれ図2の右向きを正として  $x_C$ ,  $v_C$ ,  $a_C$ 、そして小球 D に関しても同様に  $x_D$ ,  $v_D$ ,  $a_D$  とする。ただし、各小球の大きさ、ばねの質量、小球やばねにはたらく空気抵抗は無視できるものとする。ばねの伸縮の長さは自然長  $l$  に比べて十分短く、各小球がばねから受ける力は常にフックの法則に従うものとする。また、ばねの伸縮および各小球の運動は、 $x$  軸に沿った同一直線上に限定されるものとする。円周率は  $\pi$  とする。以下の設問に答えよ。

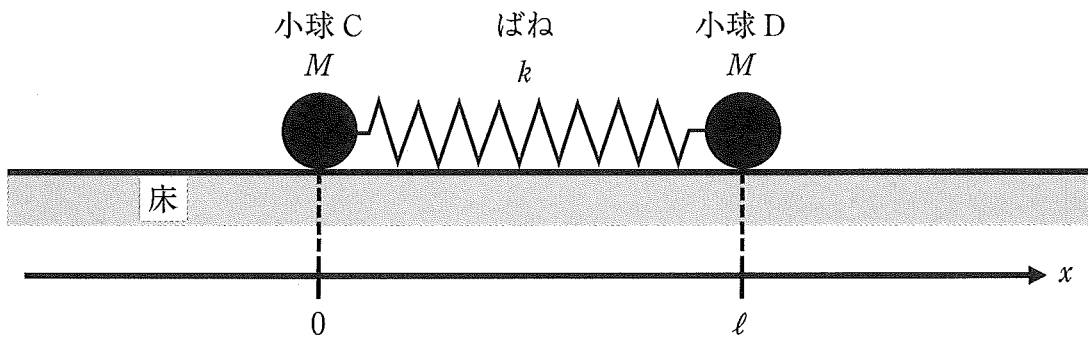


図2

設問(3)：時刻  $t (t \geq 0)$  における小球 C, D の運動量の和(図2の右向きを正とする)を  $M$ ,  $V_0$ ,  $k$ ,  $l$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(4)：時刻  $t (t \geq 0)$  における小球 C, D の運動方程式を  $a_C$ ,  $a_D$ ,  $v_C$ ,  $v_D$ ,  $x_C$ ,  $x_D$ ,  $M$ ,  $V_0$ ,  $k$ ,  $l$  のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。

設問(5)：時刻  $t (t \geq 0)$  における小球 C から見た小球 D の加速度と位置座標をそれぞれ  $a' = a_D - a_C$ ,  $x' = x_D - x_C$  とおく。このとき、前問の運動方程式から  $a'$  と  $x'$  は、

$$a' = - \boxed{\text{(あ)}} (x' - \boxed{\text{(い)}})$$

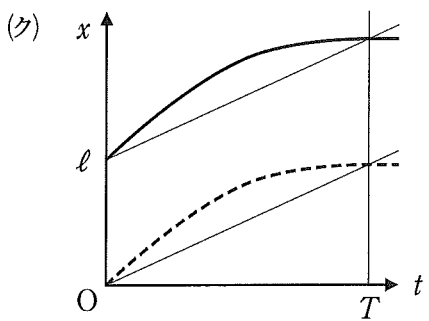
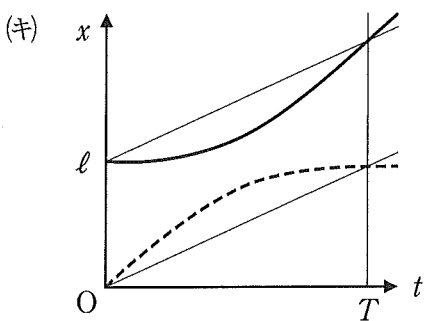
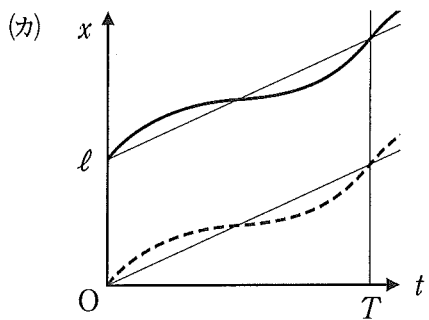
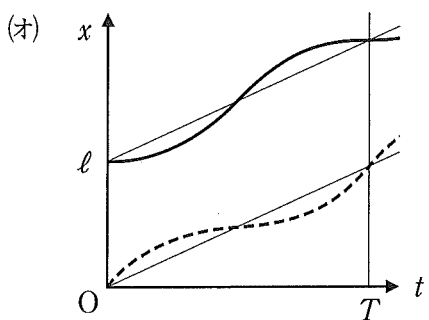
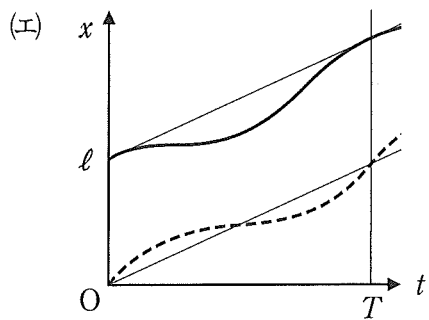
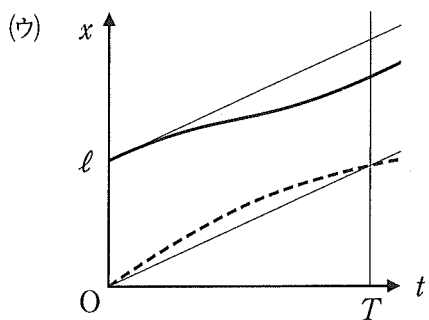
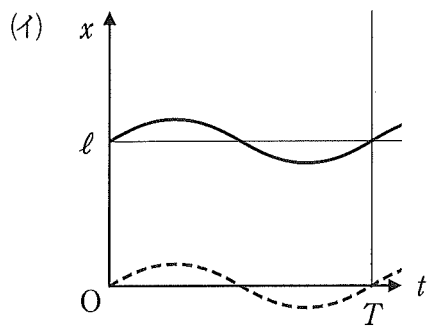
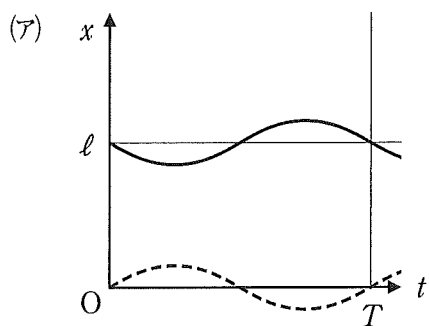
という関係式で表すことができる。ここで  $\boxed{\text{(あ)}}$ ,  $\boxed{\text{(い)}}$  に入る数式を  $M, V_0, k, \ell$  のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。

設問(6)：前問の関係式から、小球 C から見た小球 D の位置座標は振動していることがわかる。この振動の周期  $T$  を、 $M, V_0, k, \ell$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(7)：時刻  $t = 0$  から  $t = T$  の間におけるばねの長さ  $(x_D - x_C)$  の最大値と最小値を  $M, V_0, k, \ell$  のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。ここで、 $T$  は設問(6)で定義した振動の周期である。

設問(8)： $t \geq 0$  における小球 C, D の位置座標  $x_C, x_D$  の時間変化を表すグラフの概形として、最も適切なものを、以下の選択肢より一つ選べ。ただし、各グラフは時刻  $t$  を横軸、位置  $x$  を縦軸、原点を  $O$  とし、時刻  $t = T$  を目印として記している。ここで、 $T$  は設問(6)で定義した振動の周期である。凡例に示した通り、各グラフの曲線は破線を  $x_C$ 、実線を  $x_D$  とする。また、細線は補助線である。

選択肢：



凡例：  $x_C$  -----  $x_D$  ————

## 物理 問題Ⅱ

図1のように、直流電源  $E_1$ 、抵抗  $R_1$ 、抵抗  $R_2$ 、コンデンサー  $C_1$ 、コンデンサー  $C_2$ 、スイッチ  $S_1$  で構成された回路を考える。 $E_1$  の起電力は  $E$ 、 $R_1$  と  $R_2$  の電気抵抗の値はともに  $R$ 、 $C_1$  と  $C_2$  の電気容量はともに  $C$  であり、抵抗  $R_1$  と  $R_2$  以外の電気抵抗は無視できるものとする。全てのコンデンサーの初期電荷は0である。また、時刻  $t < 0$  では、スイッチは開いている。

まず、スイッチ  $S_1$  を  $A_1$  に接続した場合を考える。 $C_1$  の極板間の電圧の大きさを  $V_0$  とし、図のように抵抗  $R_1$  に上向きに流れる電流を  $I_1$  とする。なお、接続したときの時刻を  $t = 0$  とする。以下の設問に答えよ。

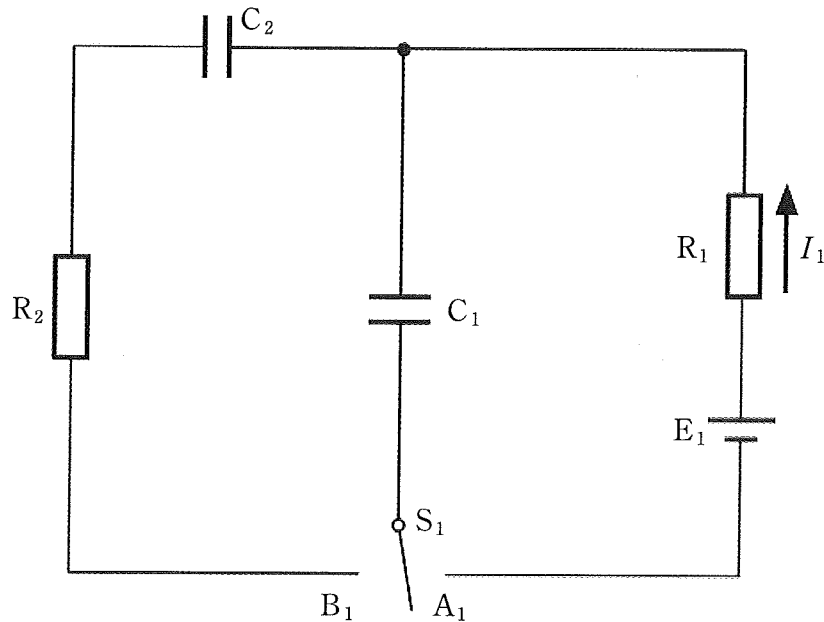
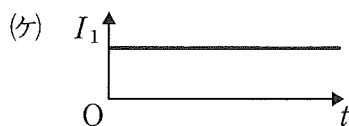
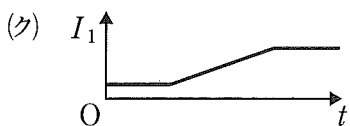
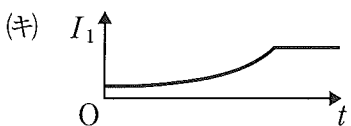
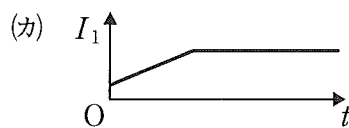
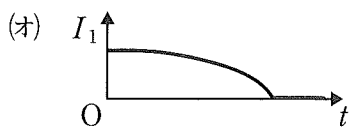
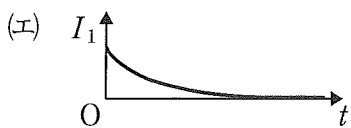
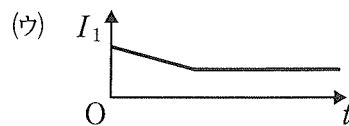
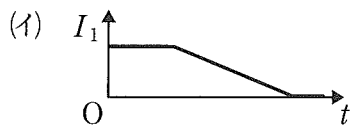
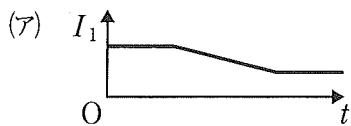


図1

設問(1)：スイッチ  $S_1$  を  $A_1$  に接続した直後における電流  $I_1$  を  $E$ 、 $C$ 、 $R$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(2) :  $t > 0$  において、電流  $I_1$  の時間変化を表すグラフの概形として最も適切なものを以下の選択肢より一つ選べ。

選択肢 :



設問(3) : 十分に時間が経過したときの  $V_0$  を  $E$ ,  $C$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。

スイッチ  $S_1$  を  $A_1$  に接続した状態で十分に時間が経過したのち、 $S_1$  を  $B_1$  に切り換える。以下の設問に答えよ。

設問(4) : スイッチ  $S_1$  を  $B_1$  に切り換え、十分に時間が経過したときの  $V_0$  を  $E$ ,  $C$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(5) : スイッチ  $S_1$  を  $B_1$  に切り換えたのち、十分に時間が経過するまでに  $R_2$  で消費されるエネルギーを  $E$ ,  $C$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。

図2は、図1の回路の抵抗  $R_2$  をコイル  $L_1$  に置き替えた回路である。 $L_1$  の自己インダクタンスは  $L$  であり、抵抗  $R_1$  以外の電気抵抗は無視できるものとする。全てのコンデンサーの初期電荷は0である。

この回路では、スイッチ  $S_1$  を  $A_1$  に接続して十分に時間が経過したのち、 $S_1$  を  $B_1$  に切り換えたところ、電気振動が起きた。以下の設問に答えよ。

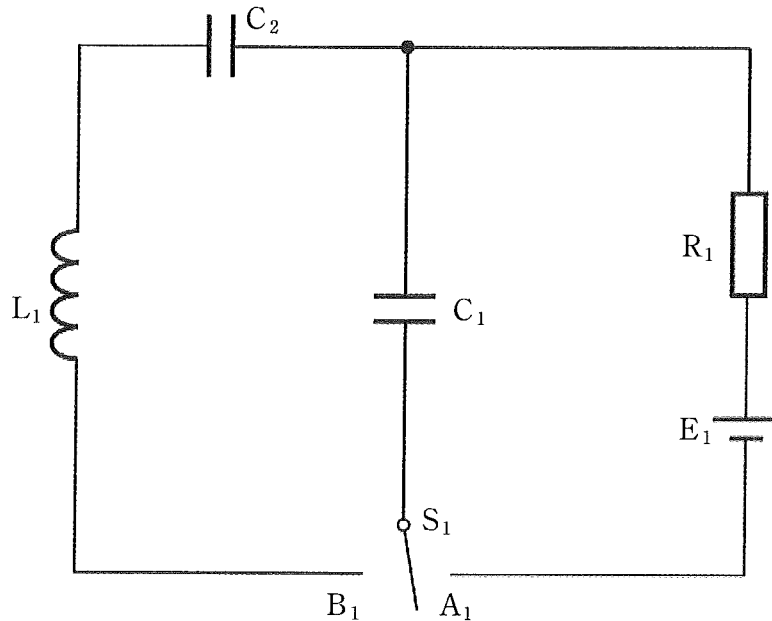


図2

設問(6) :  $C_2$  に蓄えられる電荷の最大値を  $E$ ,  $C$ ,  $L$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(7) :  $L_1$  に流れる電流の絶対値が最大値  $I_m$  になったとき、コイル  $L_1$  の両端の電圧は0である。 $E = 1.00 \text{ V}$ ,  $C = 0.100 \text{ mF}$ ,  $L = 5.00 \text{ mH}$  のとき  $I_m$  の値を有効数字2桁で求めよ。なお、 $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$ ,  $1 \text{ mH} = 10^{-3} \text{ H}$  である。



図3のように直流電源  $E_1$ 、正弦波交流の電源、抵抗  $R_1$ 、抵抗  $R_2$ 、 $D$  で示すダイオード4つ、スイッチ  $S_2$  を接続した回路を考える。 $E_1$  の起電力は  $E$ 、正弦波交流電源の電圧の振幅は  $2E$ 、 $R_1$  と  $R_2$  の電気抵抗の値はともに  $R$  であり、抵抗  $R_1$  と  $R_2$  以外の電気抵抗は無視できるものとする。4つのダイオードは全て同じものであり、整流作用のみを持つ理想化された素子として考える。図のように抵抗  $R_2$  を右向きに流れる電流を  $I_2$  とする。以下の設問に答えよ。

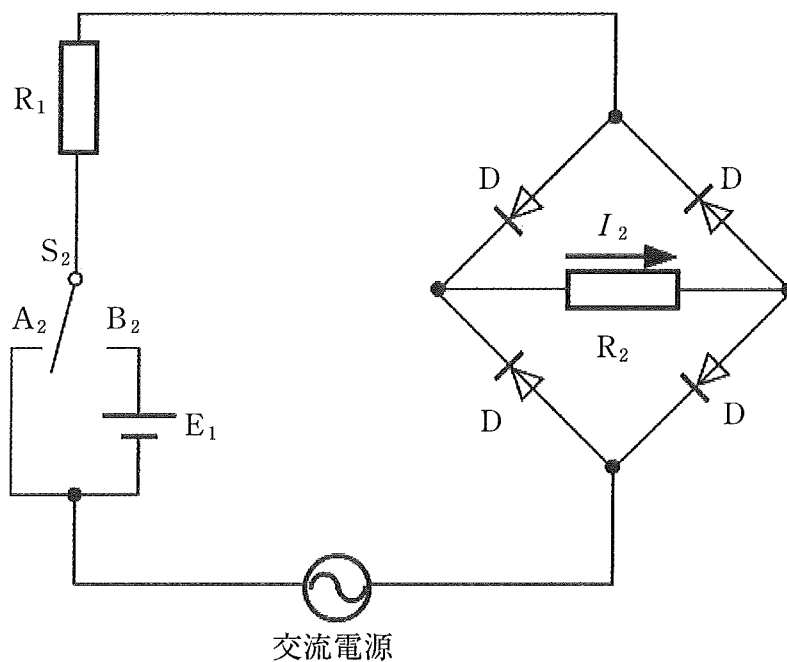
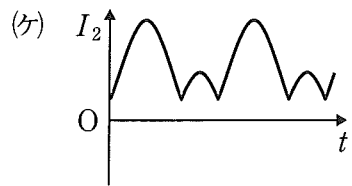
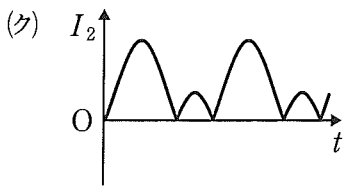
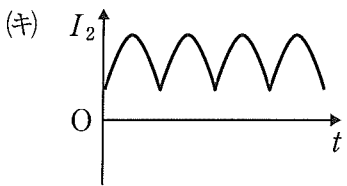
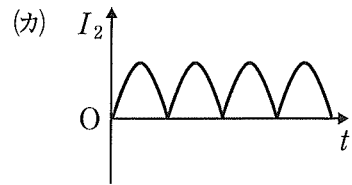
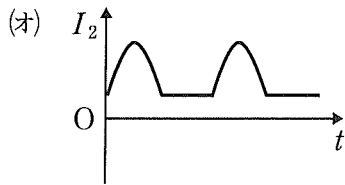
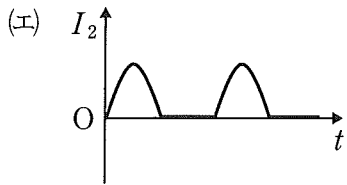
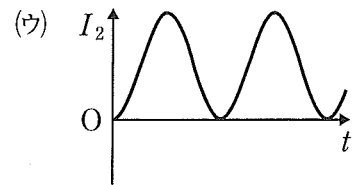
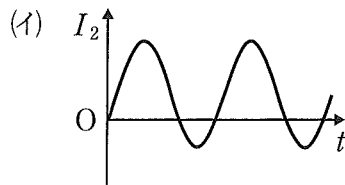
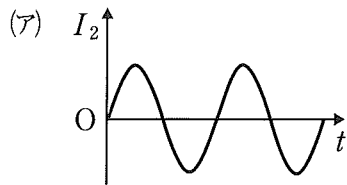


図3

設問(8)：スイッチ  $S_2$  を  $A_2$  に接続したとき，および  $B_2$  に接続したときを考える。それぞれの場合において， $R_2$  に流れる電流  $I_2$  の時間変化を表すグラフの概形として最も適切なものを以下の選択肢より一つずつ選べ。

選択肢：



### 物理 問題Ⅲ

図1のように大気中で水平な床に置かれたシリンダーの内部底面にヒーターが置かれ、シリンダー内部にストッパー1が固定されている。ストッパー1の上には断面積  $S$  のピストン1が置かれ、さらにその上には質量  $m$  の円柱が載せられている。ピストン1の下には気体1が封入されている。

最初、ピストン1がストッパー1に接触している。この初期状態での気体1の状態を状態Aとする。①状態Aにおけるピストン1の下面のシリンダー内部底面からの高さは  $l$ 、気体1の圧力は  $p_A$ 、温度(絶対温度)は  $T_A$  であった。大気圧を  $p_0$ 、気体定数を  $R$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。気体はすべて単原子分子理想気体とし、ヒーターとストッパーの体積、ピストンの質量、ピストンとシリンダーの間の摩擦はいずれも無視できるものとする。また、シリンダー、ピストン、ストッパーおよび円柱は熱を通さないものとする。さらに、ピストンおよび円柱の下面および上面、シリンダー内部底面はいずれも水平とする。以下の設問に答えよ。

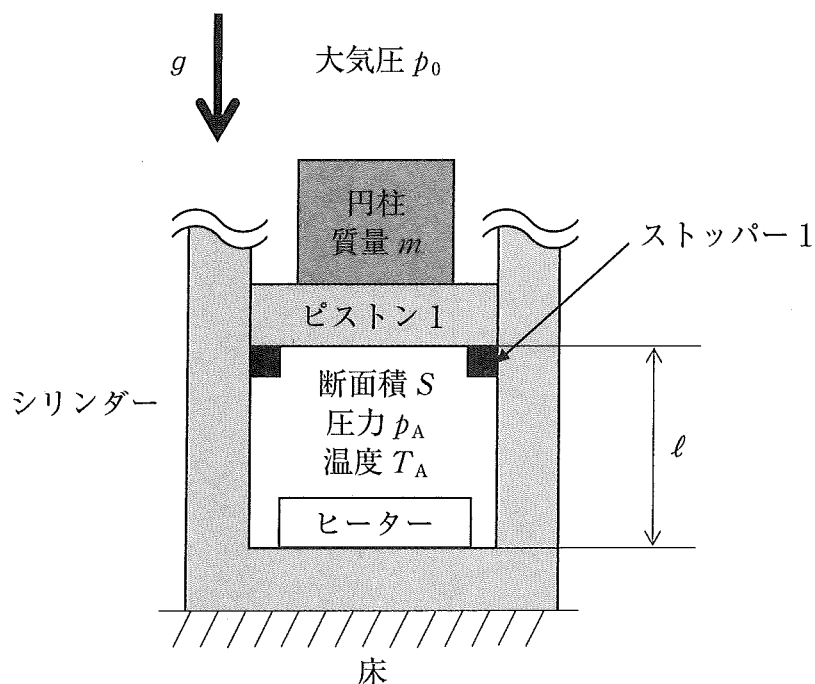


図1

設問(1)：気体1の物質質量  $n$  を  $\ell, S, m, p_0, p_A, T_A, R, g$  のうち必要なものを用いて表せ。

設問(2)：下線①の条件が成り立つ圧力  $p_A$  の最大値  $p_A^{\max}$  を  $\ell, S, m, p_0, T_A, R, g$  のうち必要なものを用いて表せ。

状態Aにある気体1に対してヒーターから熱を与えたところ、ピストン1がゆっくりと上昇し始めた。ピストン1がストッパー1から離れた瞬間の気体1の状態を状態B、状態Aから状態Bまでに与えた熱量を  $Q_{AB}$  とする。以下の設問(3)、設問(4)に  $\ell, S, m, p_0, p_A, T_A, R, g$  のうち必要なものを用いて答えよ。

設問(3)：状態Bにおける気体1の温度  $T_B$  を表せ。

設問(4)：熱量  $Q_{AB}$  を表せ。

図2のように、図1のシリンダーの内部にストッパー2がとりつけられ、ストッパー2の上には断面積  $S$  のピストン2が置かれている。ピストン1がストッパー1に接触しているとき、円柱の上面からピストン2の下面までの高さは  $L$  である。ピストン2の上には圧力  $2p_0$  の気体2が封入されている。ストッパー1とストッパー2の間にあるシリンダー壁には穴がけられており、ピストン1とピストン2の間の気体は大気とつながっている。ただし、ピストン1の上面が穴よりも上になることはないものとする。

前述の状態Bにある気体1にヒーターから熱を与えたところ、ピストン1はゆっくりと上昇した。円柱の上面が図3のようにピストン2の下面に接触した瞬間の気体1の状態を状態Cとし、状態Bから状態Cまでに与えた熱量を  $Q_{BC}$  とする。状態Cにある気体1にさらに熱を与えたところ、ピストン2がゆっくりと動き始めた。この瞬間の気体1の状態を状態Dとし、状態Cから状態Dまでに与えた熱量を  $Q_{CD}$  とする。以下の設問に答えよ。なお、設問(5)~設問(8)には  $l$ ,  $L$ ,  $S$ ,  $m$ ,  $p_0$ ,  $p_A$ ,  $T_A$ ,  $R$ ,  $g$  のうち必要なものを用いて答えよ。

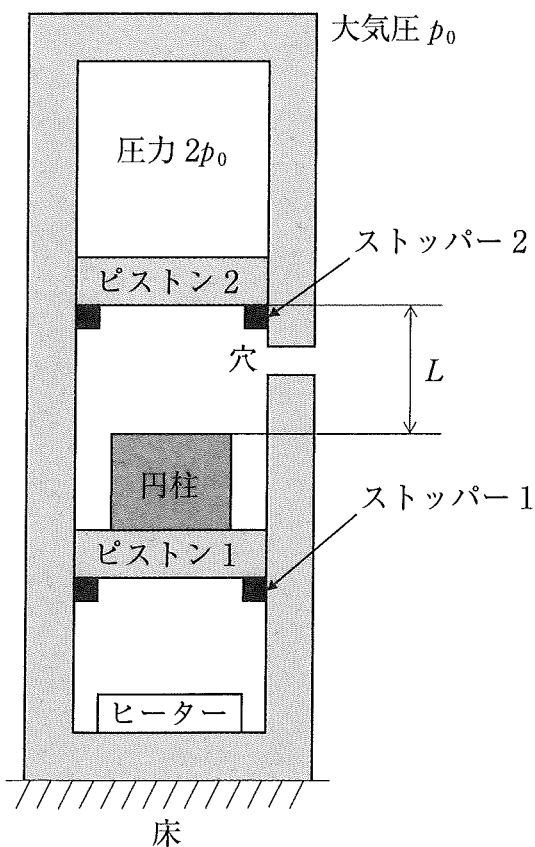


図2

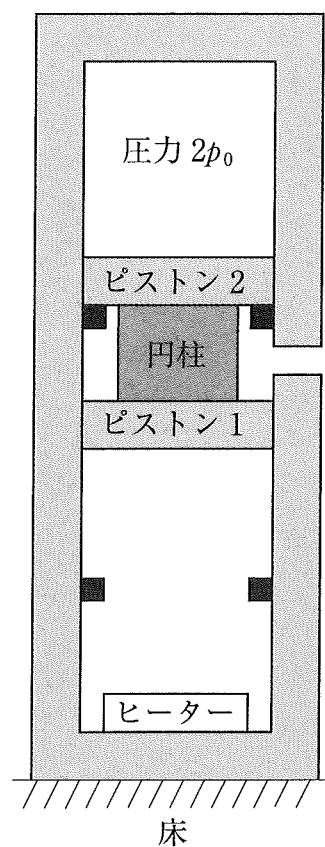


図3

設問(5)：状態 C における気体 1 の温度  $T_C$  を表せ。

設問(6)：熱量  $Q_{BC}$  を表せ。

設問(7)：状態 D における気体 1 の温度  $T_D$  を表せ。

設問(8)：熱量  $Q_{CD}$  を表せ。

設問(9)：気体 1 が状態 A から状態 D まで変化したときの気体 1 の圧力および温度の変化の概形を圧力  $p$  を縦軸，温度  $T$  を横軸にとったグラフに図示し，補助線等を用いて作図の根拠を簡潔に説明せよ。その際， $p_B$ ， $p_C$ ， $p_D$  を図中の縦軸に記入せよ。ただし， $p_B$ ， $p_C$ ， $p_D$  はそれぞれ状態 B，C，D における気体 1 の圧力である。

設問(10)：状態 A にある気体 1 にヒーターから熱を与えるとき，与えた熱の総量に対するピストン 1 の下面のシリンダー内部底面からの高さの変化を表すグラフの概形として最も適切なものを以下の選択肢より一つ選べ。ただし， $Q_{AC} = Q_{AB} + Q_{BC}$ ， $Q_{AD} = Q_{AC} + Q_{CD}$  であり，太い破線は互いに平行な補助線である。

選択肢：

