Ⅰ　物　　理

問題は次のページから書かれていて，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの３題ある。３題すべてに解答せよ。

解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には，答えにいたるまでの過程について，法則，関係式，論理，計算，図などの中から適宜選んで簡潔に書け。文字や記号は，まぎらわしくないようはっきり記せ。

物理　問題 I

図 1 のように，水平な床に置かれた質量 M の水槽に，一様な密度 ρ，体積 V の液体 1 が入っている。この液体に，中空かつ細長い円柱状の浮きを静かに浮かべた。この浮きの底面積を S とする。浮きの中にはおもりが入っており，浮きの底面が床面に平行かつ液面から深さ d_0 だけ液中に沈んだ位置で静止した。なお，浮きの高さは d_0 に比べて十分長いものとする。また，水槽や浮きの変形，大気圧は無視できるものとする。重力加速度の大きさを g として，以下の設問に答えよ。

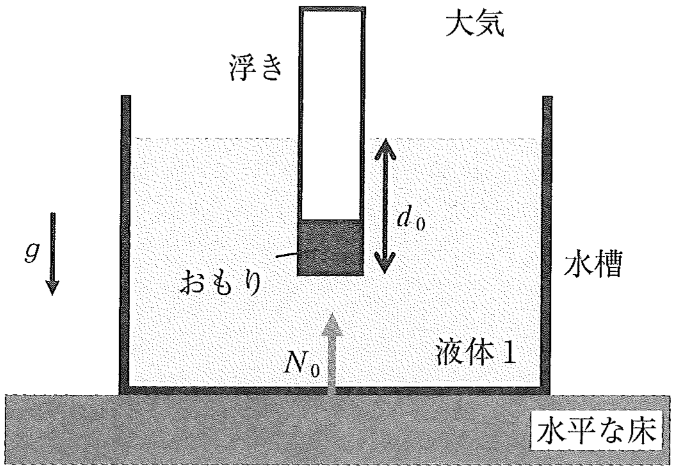


図 1

設問(1)：おもりを含めた浮き全体の質量を m_0 とする。m_0 を M，S，d_0，ρ，g，V の中から必要なものを用いて表せ。

設問(2)：図 1 に示したように，浮きが静止しているとき，水槽の底面が床から受ける垂直抗力の大きさを N_0 とする。N_0 を M，S，d_0，ρ，g，V の中から必要なものを用いて表せ。

次に，図１で静止していた浮きを指でゆっくりと押し，図２のように，浮きの底面を液面から $d_0 + d$ のところまで沈めて静止させた。ただし，$0 < d < d_0$ であり，d は d_0 に比べて十分小さいものとする。その後，指を静かに離すと，浮きと液面の高さは周期的に変化した。以下では，水槽の底面積は浮きの底面積 S に比べて十分大きく，液面の高さの変化は d に比べて十分小さく無視できるものとする。このとき，浮きの運動は鉛直方向に限定され，浮きの中心軸は常に鉛直に保たれていたものとする。また，浮きの運動の際に生じる液体１や大気から受ける抵抗力，水槽や浮きの変形，液体の温度変化，大気圧は無視できるものとする。円周率を π として，以下の設問に答えよ。

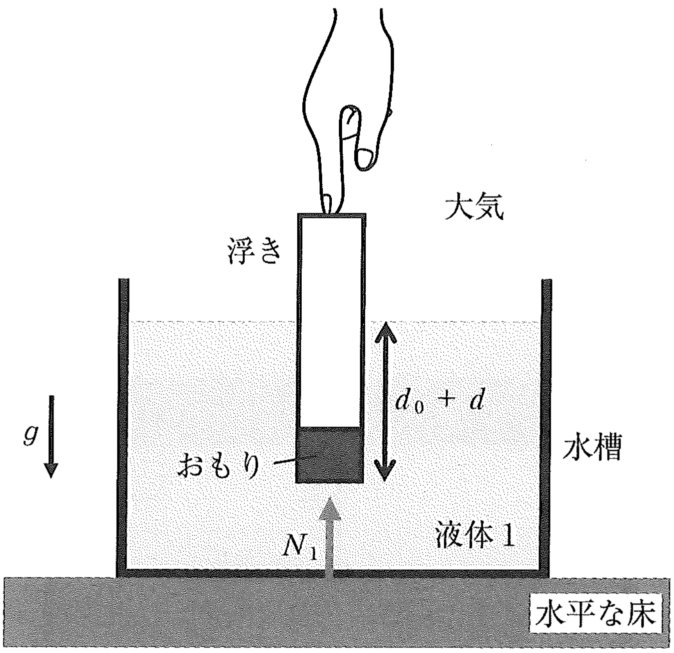


図２

設問(3)：図２のように，浮きの底面が液面から深さ $d_0 + d$ のところで静止しているとき，水槽の底面が床から受ける垂直抗力の大きさを N_1 とする。N_1 を M，S，d，d_0，ρ，g，V の中から必要なものを用いて表せ。

設問(4)：指を静かに離したあと，浮きの底面が液面から $d_0 + x$ の深さの位置に来たときの浮きの加速度を a とする。a を S，d，d_0，ρ，g，x の中から必要なものを用いて表せ。このとき，浮きの運動は単振動とみなせるものとし，その運動の周期 T を S，d，d_0，ρ，g，x の中から必要なものを用いて表せ。ただし，$-d \leqq x \leqq d$ であり，x，a は鉛直下向きを正とする。

図3のように，一様な密度ρ，体積Vである粘度の高い液体2が，水平な床の上に置かれた質量Mの水槽に入っている。また，体積を無視できる質量mの金属球が，天井から糸で吊るされ，水槽の側面から十分離れた位置に，液体2に完全に浸かり静止している。

いま，時刻$t = 0$において糸を静かに切断すると，金属球は鉛直方向に落下運動をはじめ，その速度は終端速度に到達した。そのあと，金属球は底面に衝突し，十分に時間が経ったのちに底面上で静止した。金属球が終端速度に到達したとみなせる時刻をt_1，底面上で静止したとみなせる時刻をt_2とする。

ここで，金属球が液体2の中を速度vで運動するとき，金属球は，速度と逆向きに大きさ$k|v|$の抵抗力を受けるものとする。ただし，kは正の定数とする。また，金属球の体積を無視できることから，金属球が液体2から受ける浮力は考えなくてもよいものとする。糸の体積や質量，糸が液体2や大気から受ける抵抗力，水槽の変形，液体の温度変化，液面の振動および高さの変化は無視できるものとする。重力加速度の大きさをgとして，以下の設問に答えよ。

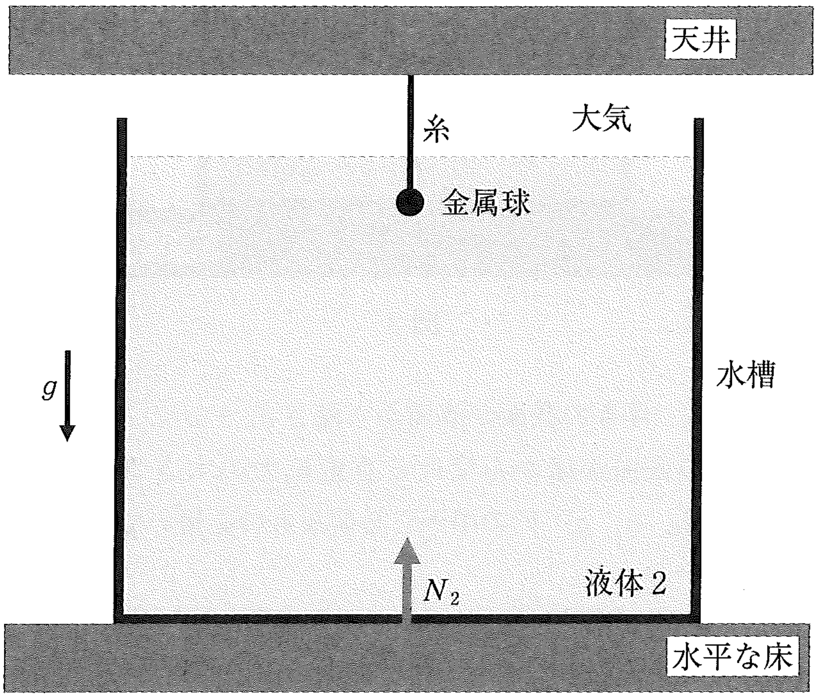


図3

設問(5)：時刻 $t = 0$ で糸を切る直前および直後において，水槽が床から受ける垂直抗力の大きさをそれぞれ N_2，N_3 とする。N_2，N_3 をそれぞれ M，ρ，V，m，g，k の中から必要なものを用いて表せ。

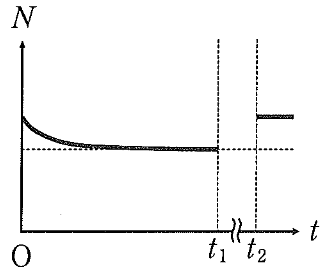
設問(6)：時刻が $0 < t < t_1$ の範囲にあるとき，液中を落下する金属球の速度を v，加速度を a（いずれも鉛直下向きを正）とする。このときの金属球に関する運動方程式を m，g，v，a，k の中から必要なものを用いて表せ。また，このとき，水槽が床から受ける垂直抗力の大きさ N_4 を M，ρ，V，m，g，k，v の中から必要なものを用いて表せ。

設問(7)：金属球の速度が終端速度に到達したとみなせる時刻 $t = t_1$ において，水槽が床から受ける垂直抗力の大きさは N_5 となった。N_5 を M，ρ，V，m，g，k の中から必要なものを用いて表せ。

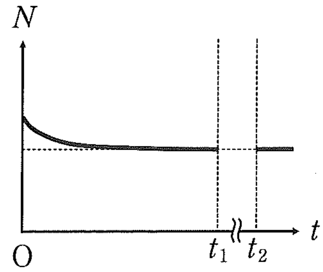
設問(8)：水槽が床から受ける垂直抗力の大きさ N の時刻 t に伴う変化の概形として，最も適切なものを以下の選択肢の中から1つ選べ。ただし，$t_1 < t < t_2$ の時間における N の変化は複雑なので，選択肢のグラフには描かれていない。なお，選択肢のグラフはいずれも，横軸は t，縦軸は N，原点は O であり，点線は補助線である。

選択肢：

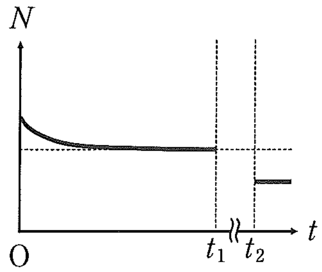
(ア)



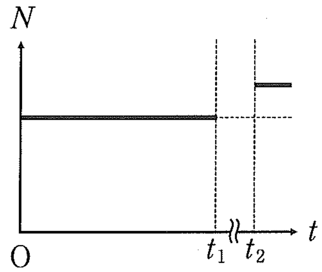
(イ)



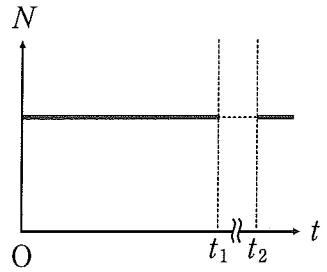
(ウ)



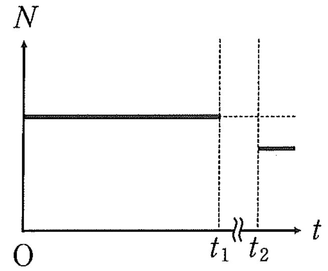
(エ)



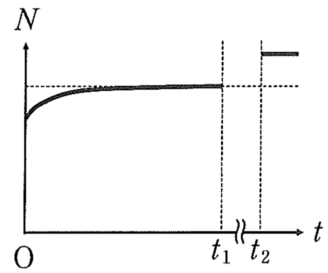
(オ)



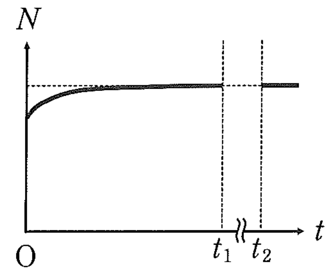
(カ)



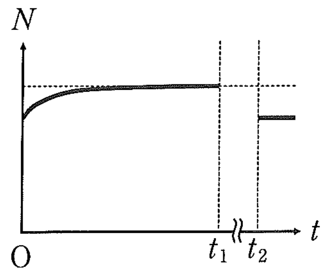
(キ)



(ク)



(ケ)



物理　問題Ⅱ

図1のように，xy 水平面内に2本の十分に長い導線レールが，それぞれ x 軸に平行に置かれている。2本の導線レールの間隔は d であり，スイッチ S_1，S_2，S_3，電気容量 C，$2C$ のコンデンサー，電気抵抗 R の抵抗器2個が取り付けられている。この2本の導線レールの上に y 軸と平行に金属棒を置く。抵抗器以外の電気抵抗および，金属棒と導線レールとの間の摩擦は無視できるものとする。また，紙面に垂直に裏から表に向かう磁束密度 B の一様な磁場があるとし，接地点の電位を0とする。

初めは各コンデンサーには電荷は蓄えられておらず，スイッチ S_1 ～ S_3 は開いている。2本の導線レールとの接触を保ったまま金属棒を一定の速さ v_0 で図1の太い矢印の方向に動かす。このとき金属棒は常に y 軸に平行とする。スイッチの開閉にかかわらず金属棒を太い矢印の方向に一定の速さ v_0 で動かし続けた。設問(1)～(6)までは B，C，R，d，v_0 のうち必要なものを用いて答えよ。

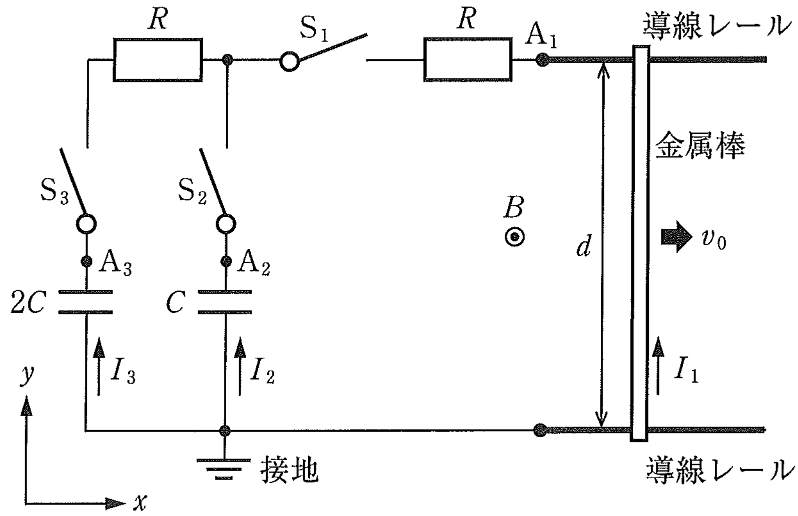


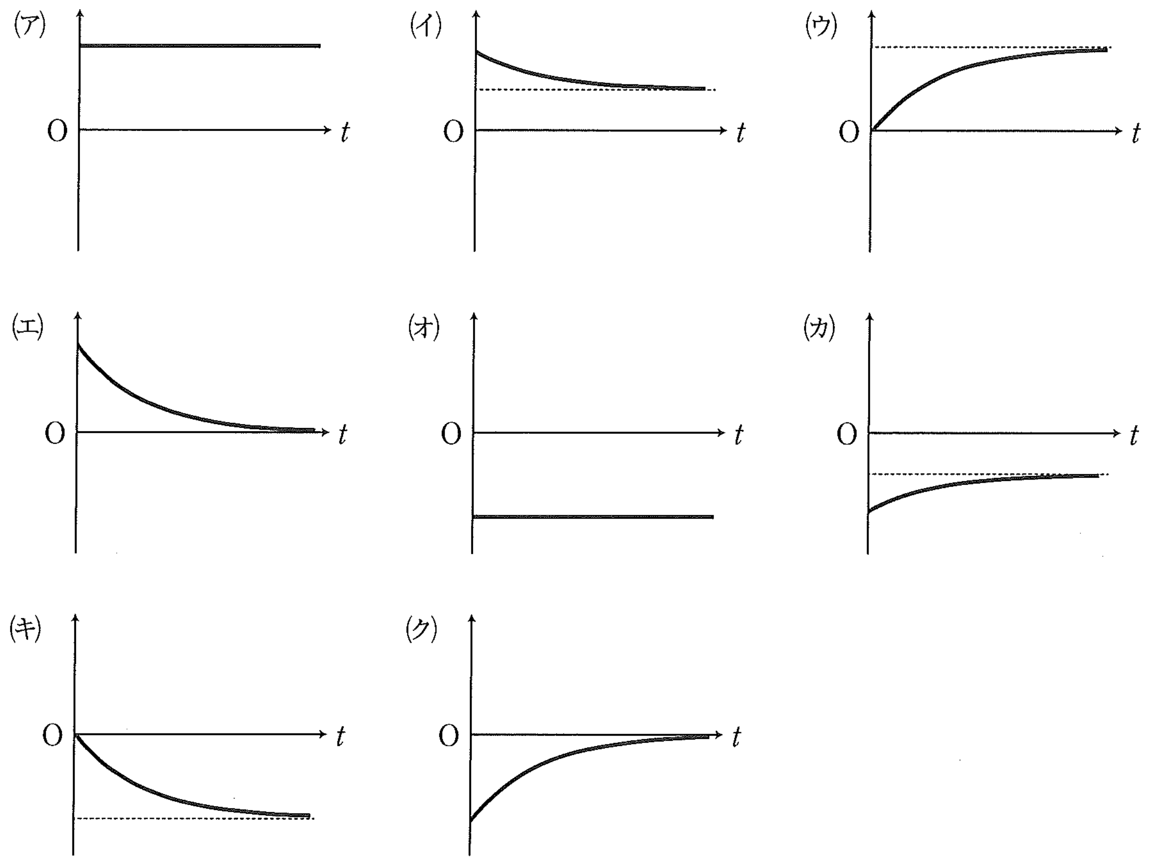
図1

設問(1)：S_1 ～ S_3 を開いた状態で一定の速さ v_0 で動いている金属棒に誘導起電力が生じる。図1の点 A_1 の電位 V_1 を符号も含めて数式で表せ。

時刻 $t=0$ で S_1 と S_2 を同時に閉じると金属棒に電流 I_1 が流れ，十分に長い時間が経ったのち，電気容量 C のコンデンサーに蓄えられた電気量 Q が一定になった。

設問(2)：S_1 と S_2 を閉じた直後に金属棒に流れる電流 I_1 を図1の矢印の方向を正として符号も含めて数式で表せ。また，$t=0$ から Q が一定になる時刻までの電流 I_1 の時刻 t に対する変化の概形として最も適切なものを以下の選択肢(ア)〜(ク)より1つ選べ。点線は補助線である。

選択肢：



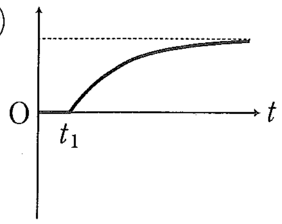
設問(3)：電気容量 C のコンデンサーに蓄えられている電気量 Q の大きさと静電エネルギー U をそれぞれ数式で表せ。

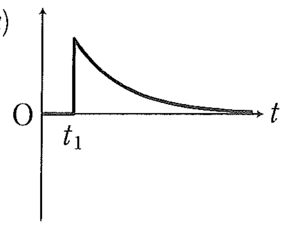
設問(4)：時刻 $t=0$ から十分に長い時間が経つまでの間に金属棒に加えられた仕事 W は $W=Q|V_1|$ で与えられるとする。抵抗器で発生したジュール熱 J を数式で表せ。

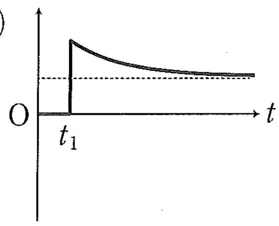
次に，S_1 を開いたのちに $t = t_1$ で S_3 を閉じた。なお，S_2 は閉じたままである。S_3 を閉じ十分に長い時間が経ったのち，両コンデンサーの極板間の電位差がそれぞれ一定になった。

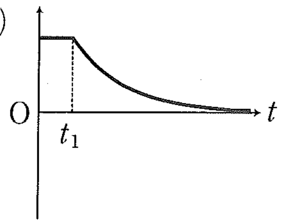
設問(5)：$t = t_1$ で S_3 を閉じた直後に S_2 に流れる電流 I_2 と S_3 に流れる電流 I_3 を図１の矢印の方向を正として符号も含めてそれぞれ数式で表せ。また，$t = t_1$ から両コンデンサーの極板間の電位差がそれぞれ一定になる時刻までの電流 I_2 と I_3 の時刻 t に対する変化の概形として最も適切なものを以下の選択肢(ケ)〜(ツ)よりそれぞれ１つ選べ。点線は補助線である。

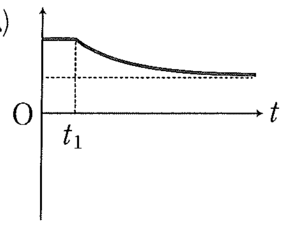
選択肢：

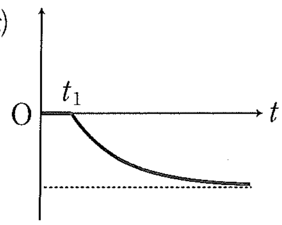
(ケ)


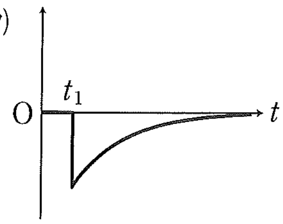
(コ)


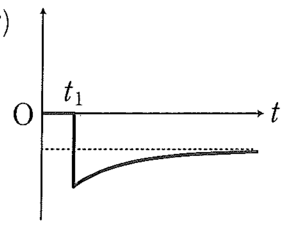
(サ)


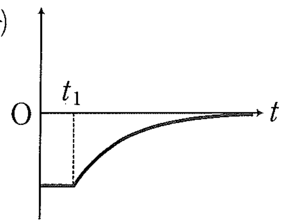
(シ)


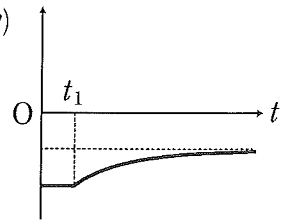
(ス)


(セ)


(ソ)


(タ)


(チ)


(ツ)


設問(6)：S_3 を閉じ十分に長い時間が経った時点において，図１の点 A_2 の電位 V_2，点 A_3 の電位 V_3 を符号も含めてそれぞれ数式で表せ。また，$t = t_1$ から両コンデンサーの極板間の電位差がそれぞれ一定になる時刻までの電位 V_2 と V_3 の時刻 t に対する変化の概形として最も適切なものを前の選択肢(ケ)〜(ツ)よりそれぞれ１つ選べ。

次に，図２のように，電気抵抗 R の抵抗器，電気容量 C のコンデンサー，自己インダクタンス L のコイル，スイッチ S_1，S_2，S_3 からなる回路において，導線レールの右側部分にある壁と金属棒をばねでつないだ。この時，コンデンサーに電荷は蓄えられておらず，スイッチ S_1〜S_3 は開いている。この状態で位置 $x = a$ に金属棒を置き，時刻 $t = 0$ で初速度を０として手を放すと，金属棒は $x = 0$ を中心として一定の角振動数 ω と周期 T で振動した。金属棒は常に y 軸に平行であり，$\omega^2 LC = 1$ が成り立つとする。抵抗器以外の電気抵抗および，金属棒と導線レールとの間の摩擦は無視できるものとする。以下の設問に B，C，R，L，d，a，ω，t のうちから必要なものを用いて答えよ。なお，金属棒の位置 x と x 方向の速度 v は時刻 t の関数として，$x(t) = a\cos(\omega t)$，$v(t) = -a\omega\sin(\omega t)$ と近似できるものとする。

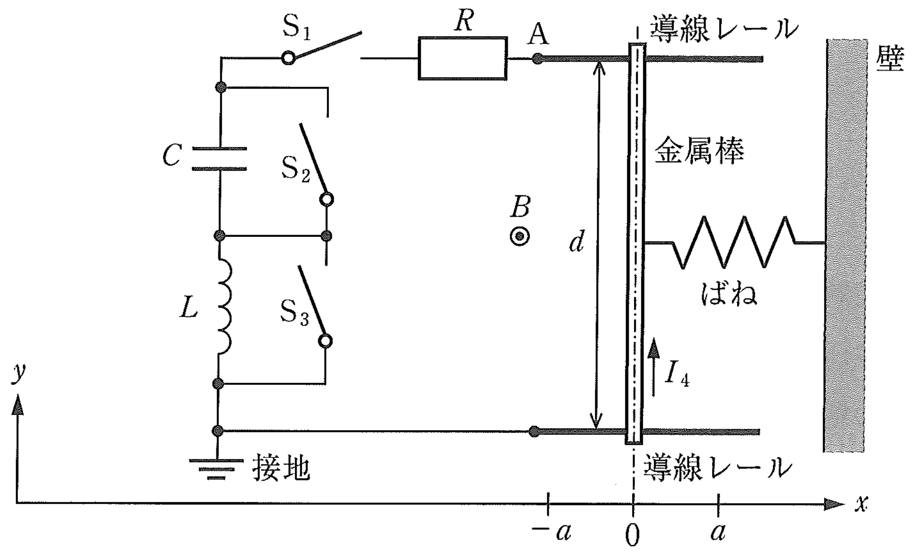
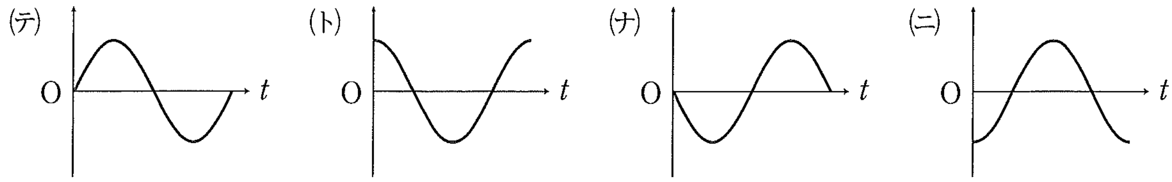


図２

設問(7)：S_1 を開いた状態で金属棒に誘導起電力が生じる。図２の点Ａの電位 $V_4(t)$ を符号も含めて数式で表せ。また，$t = 0$ から１周期分の $V_4(t)$ の時刻 t に対する変化の概形として最も適切なものを以下の選択肢(テ)〜(ニ)より１つ選べ。

選択肢：



次に，$t = 0$ で金属棒を振動させたのちに S_1 を閉じ，S_2 と S_3 をさまざまな組み合わせで開閉した。金属棒に電流が流れる場合，金属棒は磁場から力を受けるが，この力はばねの力に比べて小さく，振動開始後の金属棒の運動は，$x(t) = a\cos(\omega t)$ で近似的に表すことができるものとする。

設問(8)：S_2，S_3 の開閉の組み合わせとして，以下の(ヌ)〜(ハ)を考える。金属棒に流れる電流の振幅が最も大きくなるものをすべて選べ。

(ヌ)　S_2 開，S_3 開

(ネ)　S_2 開，S_3 閉

(ノ)　S_2 閉，S_3 開

(ハ)　S_2 閉，S_3 閉

設問(9)：設問(8)で金属棒に流れる電流の振幅が最も大きい場合の電流 $I_4(t)$ を図２の矢印の方向を正として符号も含めて数式で表せ。また，$t = 0$ から１周期分の電流 $I_4(t)$ の時刻 t に対する変化の概形として最も適切なものを前の選択肢(テ)〜(ニ)より１つ選べ。

物理　問題Ⅲ

図１のように，空気中に被写体，焦点距離fの凸レンズ，および凸レンズの光軸に垂直にスクリーンが置かれている。被写体と凸レンズの中心の距離をℓ_1，スクリーンと凸レンズの中心の距離をℓ_2とし，FとF′はそれぞれ被写体側とスクリーン側の焦点である。凸レンズは固定され，被写体およびスクリーンは光軸上を動かすことができる。

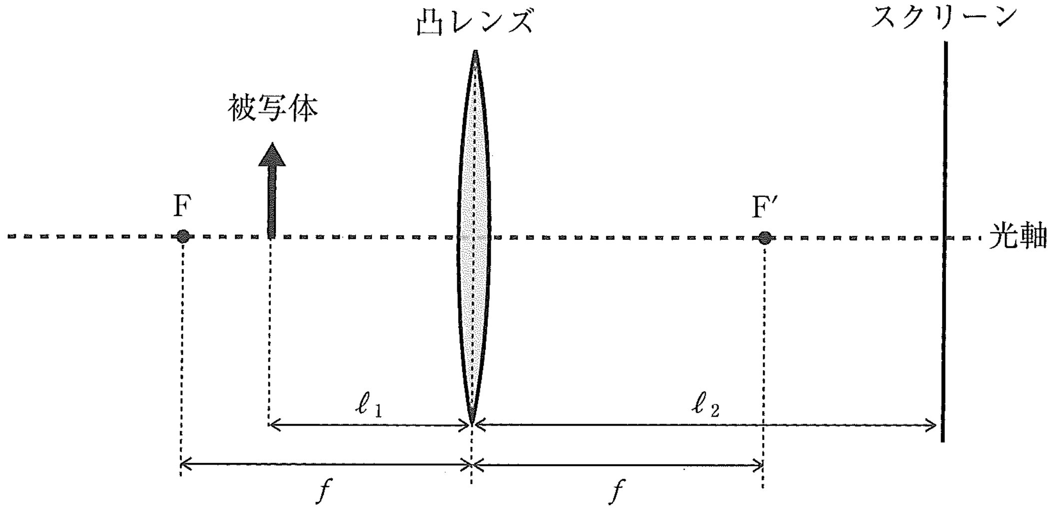


図１

設問(1)：凸レンズによる被写体の像に関する以下の文章が正しい記述になるように，(あ)，(い)，(え)，(お)は数字を記入し，(う)，(か)は選択肢(ア)〜(エ)より１つずつ選べ。

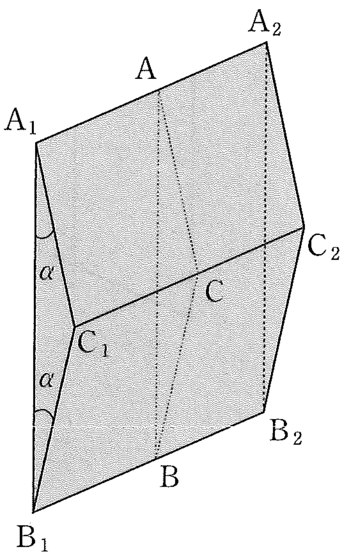
$\ell_1 = \dfrac{2}{3}f$の場所に被写体を置き凸レンズの右側から見たところ，凸レンズから距離 $\boxed{\text{(あ)}}$ fの位置に，被写体の $\boxed{\text{(い)}}$ 倍の大きさの $\boxed{\text{(う)}}$ ができた。

次に被写体を$\ell_1 > f$の範囲で凸レンズから遠ざける方向に移動させた。スクリーンの位置を調整したところ，$\ell_1 =$ $\boxed{\text{(え)}}$ f，$\ell_2 =$ $\boxed{\text{(お)}}$ fのときにスクリーン上に被写体と同じ大きさの $\boxed{\text{(か)}}$ が映し出された。

選択肢：

(ア)　正立の虚像　　(イ)　倒立の虚像　　(ウ)　正立の実像　　(エ)　倒立の実像

図2のような断面ABCが二等辺三角形の形状をしたプリズムを空気中に用意する。このプリズムの屈折率nは1より大きいものとする。図2右はABCでの断面図であり，プリズムの長方形の面$A_1A_2B_2B_1$に対して矢印のように垂直方向に左より単色光を入射した場合の屈折の様子を表している。光線はプリズムの面$A_1A_2C_2C_1$の法線に対して角度βで屈折して出ていく。θは入射光線がプリズムによって曲げられる角度である。以下の設問では，角度α，β，θは十分小さいとして，$\sin\alpha \fallingdotseq \alpha$，$\sin\beta \fallingdotseq \beta$，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\tan\theta \fallingdotseq \theta$を用いよ。空気の屈折率は1とする。また，プリズム，凸レンズと空気の境界における光の反射は無視できるものとする。



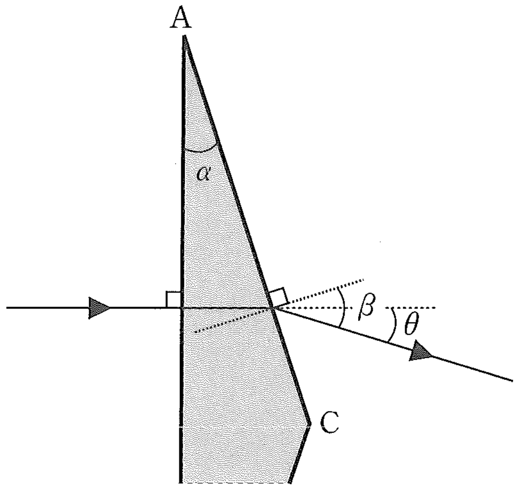


図2

設問(2)：屈折率nをαとβを用いて表せ。

設問(3)：角度θをα，nを用いて表せ。

次に，空気中に，小さな穴(以下ピンホールとよぶ)のあいた板，凸レンズ，図2のプリズム，スクリーンを図3のように配置する。ピンホールは凸レンズの光軸上にあり，プリズムの面 $A_1A_2B_2B_1$ とスクリーンは光軸に垂直である。プリズム上の点Cは光軸上にある。スクリーン上には，光軸との交点Oを座標の原点として，図3のようにABに平行で上向きに x 軸をとる。

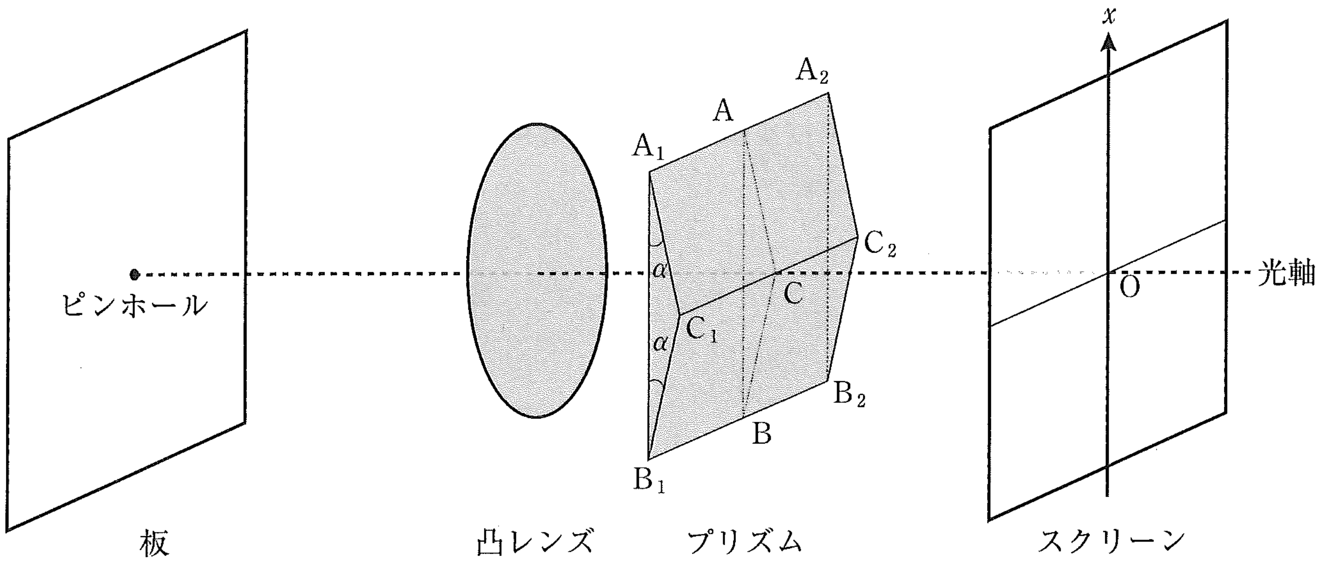


図3

図4は図3に対する，凸レンズの光軸とスクリーン上の x 軸を含む平面での断面図である。凸レンズの直径 d はプリズムの辺 $A_1B_1 = A_2B_2 = AB$ と同じ長さであり，ピンホールと凸レンズの中心の距離を ℓ，プリズムの面 $A_1A_2B_2B_1$ とスクリーンの距離を L とする。ピンホールの左側に空気中での波長 λ の単色光源を置く。凸レンズから出た光が光軸に平行に揃えられるように距離 ℓ を調整する。図4には x 軸上の座標値 x_P の点Pに到達しうる2本の光の経路が描かれている。光はプリズムによって角度 θ だけ曲げられた後に，点Pに到達する。

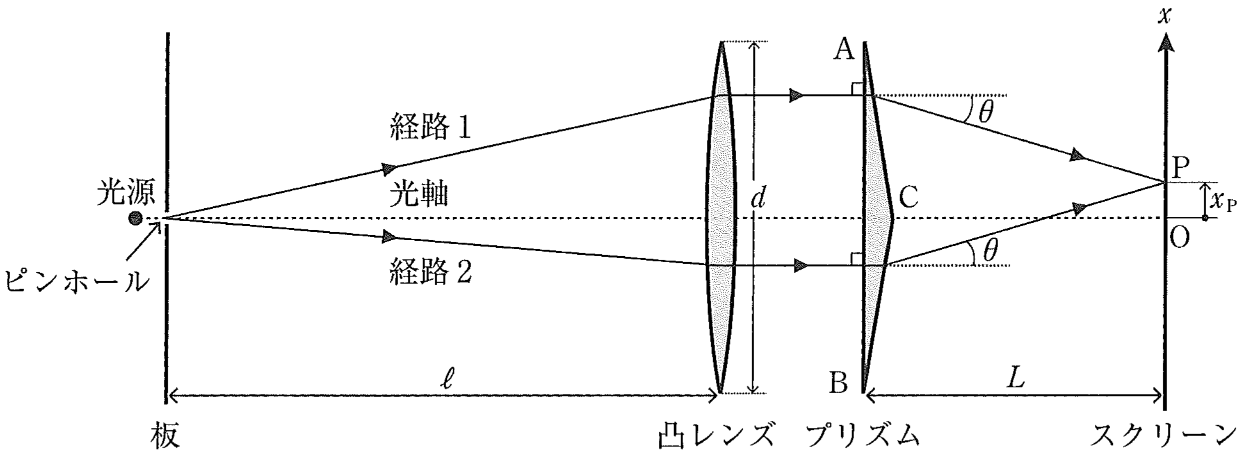


図 4

設問(4)：スクリーンとプリズムの距離 L がある値 L_c 以上では，プリズムで角度 θ 曲げられたのちに点 O に到達する光線は存在しなくなる。この値 L_c を，ℓ，θ，d のうち必要なものを用いて表せ。

ピンホールからの光は，凸レンズ通過後に図 5 のように平面波としてプリズムの面 $A_1A_2B_2B_1$ に対して垂直に入射する。ℓ は凸レンズの直径 d に比べて十分大きく，平面波は均一とみなせるとする。この平面波は，プリズムで進行方向が曲げられた後，プリズム上半部からの平面波 1 と下半部からの平面波 2 がスクリーン上に到達する。図 5 にはスクリーン上の点 P と点 O に到達する平面波の波面の様子が描かれており，a と a′ は平面波 1 の同一波面上の点，b と b′ は平面波 2 の同一波面上の点である。線分 a′O と線分 aP は平面波 1 の波面に垂直であり，線分 b′O と線分 bP は平面波 2 の波面に垂直である。また，凸レンズの端およびプリズムの端による回折の効果は無視できるとする。

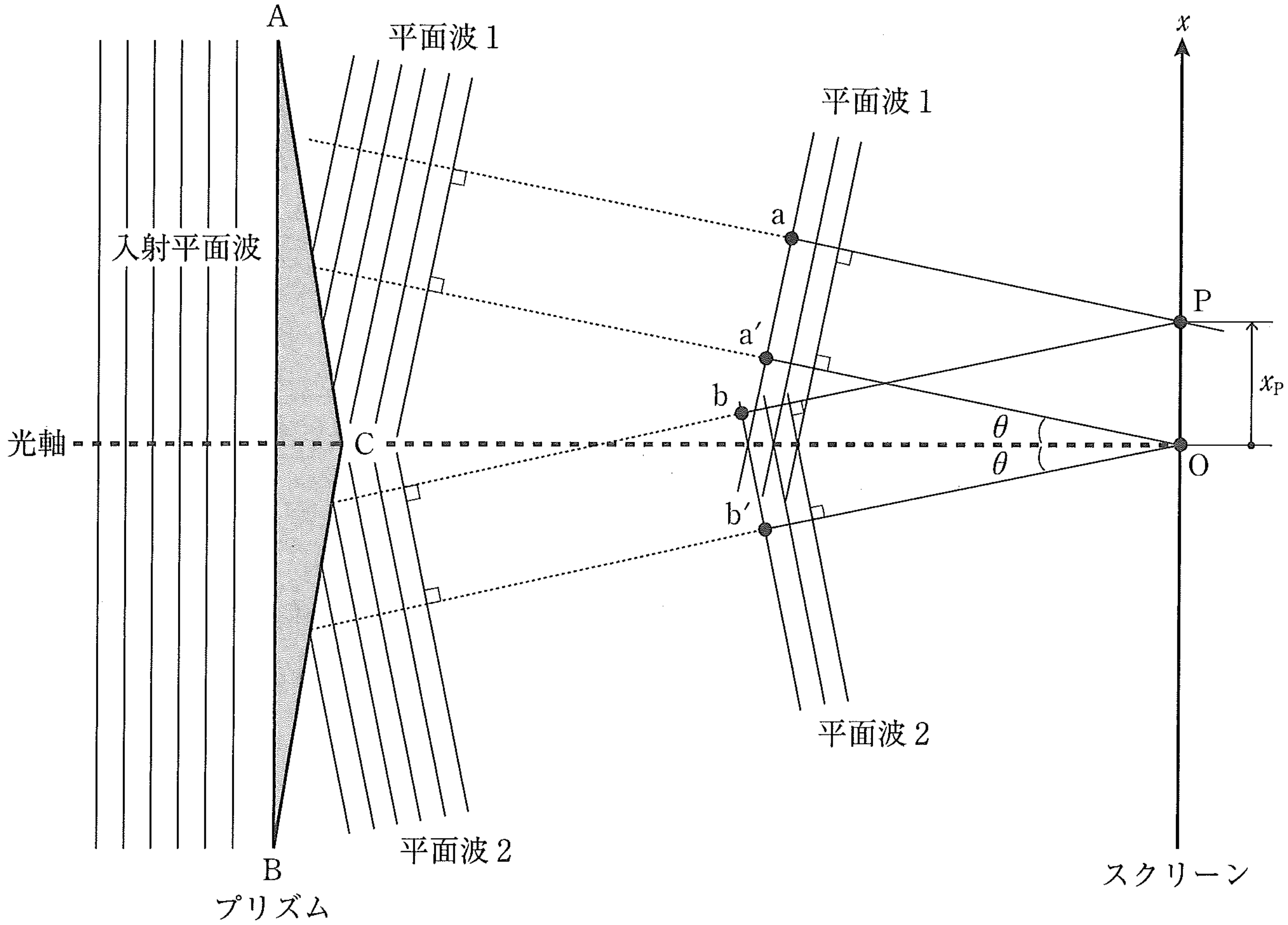


図 5

設問(5)：線分 a′O の長さを $\overline{\mathrm{a'O}}$，線分 b′O の長さを $\overline{\mathrm{b'O}}$ と表すものとする。平面波 1 と平面波 2 に対する経路長は $\overline{\mathrm{a'O}} = \overline{\mathrm{b'O}}$ を満たす。このとき，

(あ)　経路長の差 $|\overline{\mathrm{aP}} - \overline{\mathrm{a'O}}|$

(い)　経路長の差 $|\overline{\mathrm{bP}} - \overline{\mathrm{b'O}}|$

(う)　経路長の差 $|\overline{\mathrm{aP}} - \overline{\mathrm{bP}}|$

をそれぞれ x_P，θ を用いて表せ。ただし，$x_\mathrm{P} \geqq 0$ の範囲で答えよ。

設問(6)：x 軸上の点 P において平面波が強め合った。強め合う条件を θ，λ，x_P，整数 $m = 0$，1，2，…を用いて表せ。ただし，$x_\mathrm{P} \geqq 0$ の範囲で答えよ。

設問(7)：x 軸上での干渉縞の明線の間隔を θ，λ を用いて表せ。

設問(8)：x 軸上での光の強度分布を定性的に表す図として最もふさわしいものを，L と設問(4)の L_c との大小関係が

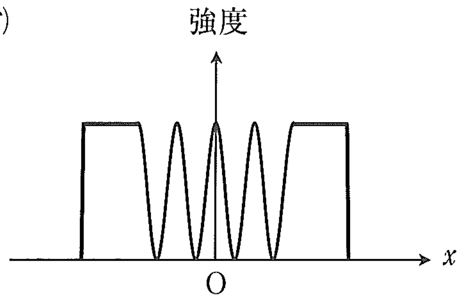
(あ)　$L < L_c$ の場合については，選択肢(ア)(イ)(ウ)(エ)より

(い)　$L > L_c$ の場合については，選択肢(オ)(カ)(キ)(ク)より

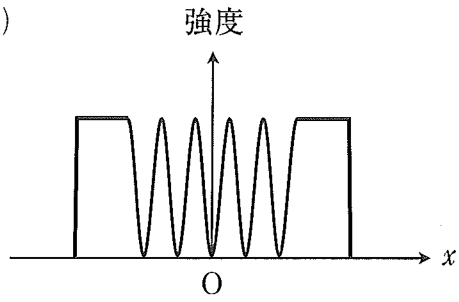
それぞれ１つずつ選べ。ただし，プリズムの点Ｃを通る光は無視できるとする。

(あ)の選択肢：

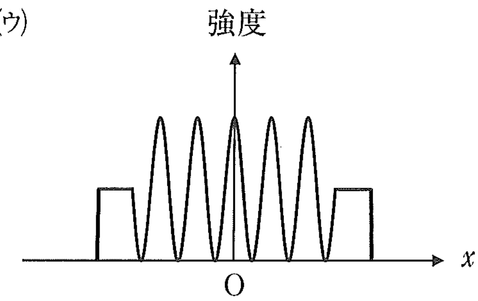
(ア)



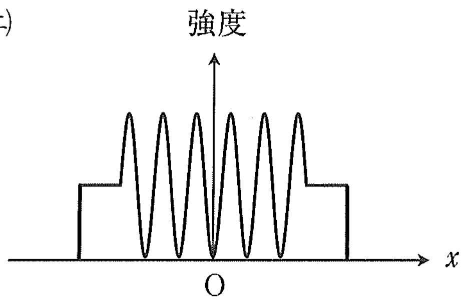
(イ)



(ウ)

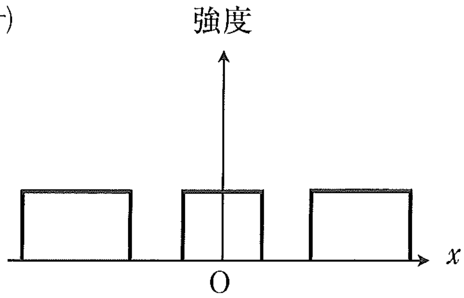


(エ)

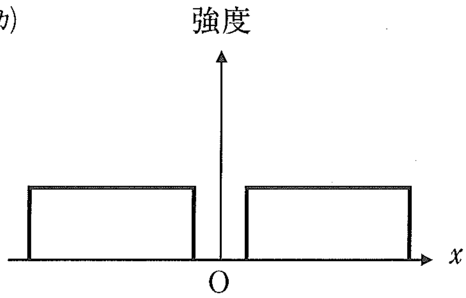


(い)の選択肢：

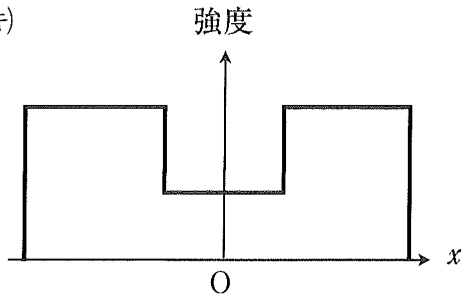
(オ)



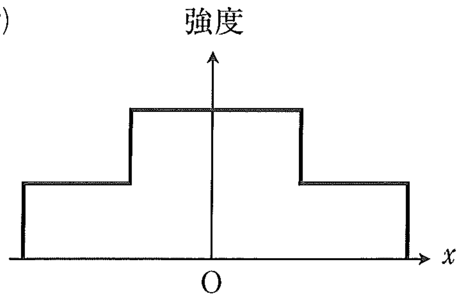
(カ)



(キ)



(ク)



設問(9)：プリズムの屈折率 n は光の波長の増大に伴い，$n > 1$ の範囲で単調に減少するものとする。光源の波長を長くした場合の干渉縞の明線間隔の振舞いの記述に関して，最も ふさわしいものを以下の選択肢(ア)〜(エ)から１つ選べ。

(ア)：間隔は変化しない。

(イ)：間隔は狭くなる。

(ウ)：間隔は広くなる。

(エ)：与えられた条件だけからは判断できない。