Ⅰ　物　　理

問題は次のページから書かれていて，Ⅰ，Ⅱ，Ⅲの３題ある。３題すべてに解答せよ。

解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。文字や記号は，まぎらわしくないようはっきり記せ。

物理　問題 I

図1のように，水平面に対して傾きを変えられる十分に広い平らな斜面を考える。この斜面が水平面となす傾斜角を θ で表し，水平面と斜面の交線を x 軸とし，x 軸に対して直角に斜面を登る方向を y 軸に取る。なお，θ は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲にあるものとし，原点Oは水平面と斜面の交線上に取る。重力加速度の大きさを g で表し，質点には重力，摩擦力および垂直抗力以外の力はかからないものとして，以下の設問に答えよ。

ある傾斜角 θ について，斜面上 $y > 0$ の領域に質量 m の質点を置いたところ，質点と斜面の間に働く摩擦力によって，質点は斜面上に置いた位置から動かなかった。なお質点にかかる垂直抗力の大きさを N とするとき，最大静止摩擦力の大きさは，正の定数 μ を用いて μN で与えられる。

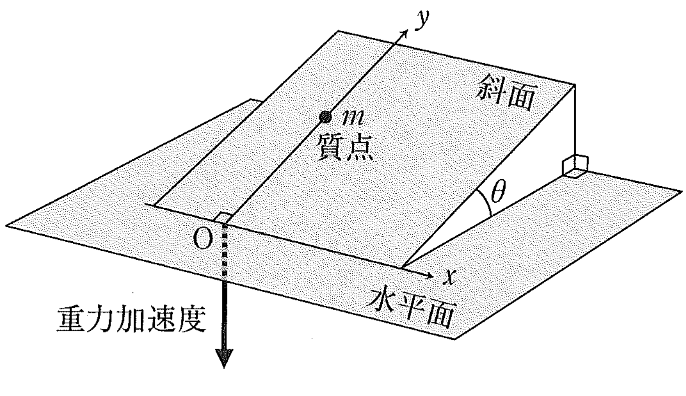


図1

設問(1)：質点にかかる垂直抗力の大きさ N を m，g，θ の中から必要なものを用いて表せ。

設問(2)：質点が斜面上で静止するような θ の最大値を θ_0 とする。μ を θ_0 を用いて表せ。

図2のように，斜面の傾斜角θをθ_0よりも大きくした状態で，時刻$t = 0$において，原点Oから斜面に沿ってy軸正方向に向かって質点を速さuで射出する。$t = 0$における速度を$\vec{v}_0$で表す。$\vec{v}_0$をxy座標で表示すると，$\vec{v}_0$のx成分は0であり，$\vec{v}_0 = (0, u)$と表せる。この運動する質点は，速度と逆向きに摩擦力を受ける。質点にかかる垂直抗力の大きさをNとするとき，運動する質点が受ける動摩擦力の大きさは，正の定数μ'を用いて$\mu' N$で与えられるものとする。ただし，$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$，$u > 0$，$\mu' < \mu$とする。

このとき，質点は最高点に達して一旦停止するものの，その場にとどまることなく斜面を滑り落ちて出発点に戻った。質点が出発点から最高点に達するのに要した時間をt_1，最高点から出発点に戻るのに要した時間をt_2とおき，$r = \dfrac{t_1}{t_2}$とおく。

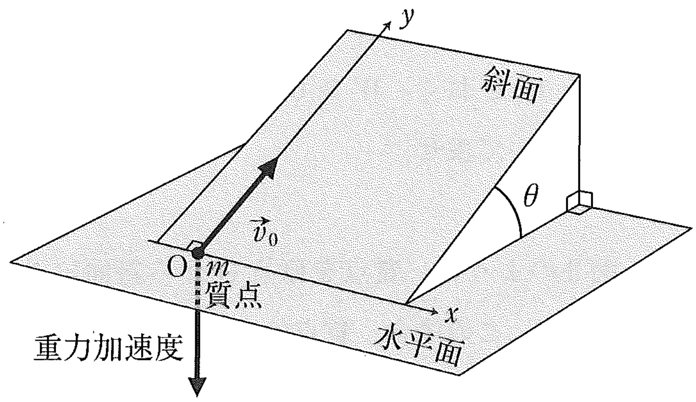


図2

設問(3)：時刻が$0 < t < t_1$の範囲にある場合を考える。質点の加速度のy成分をa_1とする。a_1をm，g，θ，μ'の中から必要なものを用いて表せ。

設問(4)：最高点のy座標をYとおく。Yをa_1，t_1を用いて表せ。

設問(5)：時刻が$t_1 < t < t_1 + t_2$の範囲にある場合を考える。質点の加速度のy成分をa_2とする。a_2をm，g，θ，μ'の中から必要なものを用いて表せ。

設問(6)：設問(4)の Y を a_2, t_2 を用いて表せ。

設問(7)：t_1 と t_2 および $|a_1|$ と $|a_2|$ の大小関係として適切なものを以下の選択肢(ア)〜(オ)より一つ選び，解答欄に丸をつけよ。

選択肢：

(ア) $t_1 < t_2$ かつ $|a_1| < |a_2|$ (イ) $t_1 < t_2$ かつ $|a_1| > |a_2|$

(ウ) $t_1 = t_2$ かつ $|a_1| = |a_2|$ (エ) $t_1 > t_2$ かつ $|a_1| < |a_2|$

(オ) $t_1 > t_2$ かつ $|a_1| > |a_2|$

設問(8)：r を μ' と θ を用いて表せ。

設問(9)：時刻 $t = 0$ から $t = t_1 + t_2$ に至る間に，摩擦力によって失われる質点の力学的エネルギーを W とおく。$W > 0$ である。W を m, g, θ, u, r の中から必要なものを用いて表せ。

前問と同じ設定で，図 3 のように，質点を原点 O から斜面に沿って，時刻 $t = 0$ において斜め上方に射出した。この場合，質点は出発点に戻らない。質点が $t > 0$ において $y = 0$ に至る時刻を t_3 とする。時刻が $0 \leqq t \leqq t_3$ の範囲における質点の速度，加速度をそれぞれ $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$ とおく。

設問(10)：質点が進む方向を示す単位ベクトルが $\dfrac{\vec{v}(t)}{|\vec{v}(t)|}$ と表せることに注意して，$\vec{a}(t)$ を m, g, μ', θ, $\vec{v}(t)$, $|\vec{v}(t)|$, $\vec{e}_y$ の中から必要なものを用いて表せ。なお，$\vec{e}_y$ は y 軸正方向を指す単位ベクトルであり，xy 座標で成分を表示した時に $\vec{e}_y = (0,\ 1)$ となるものとする。また，$0 \leqq t \leqq t_3$ の範囲において $|\vec{v}(t)|$ が 0 になることはないものとする。

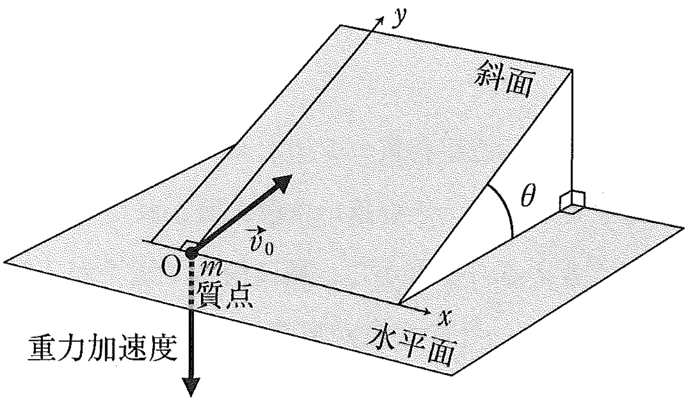
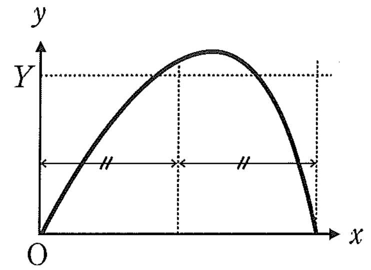


図 3

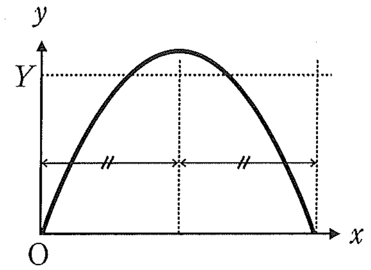
設問(11)：xy 平面上での質点の軌跡として最も適切なものを以下の選択肢(ア)〜(ケ)より一つ選び，解答欄に丸をつけよ。なお，図中の Y は，設問(4)および(6)で用いた Y である。

選択肢：

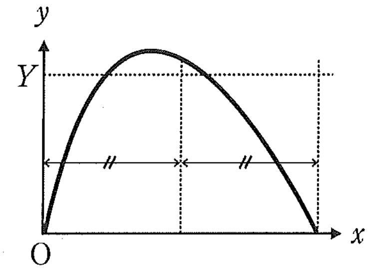
(ア)



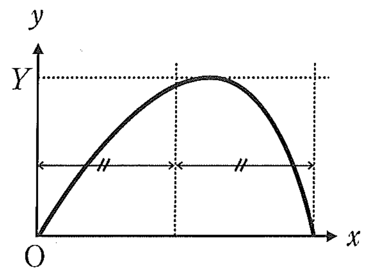
(イ)



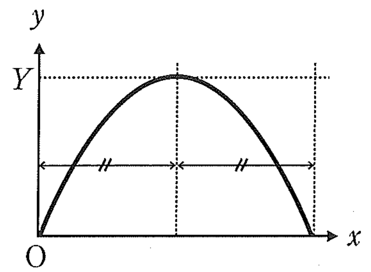
(ウ)



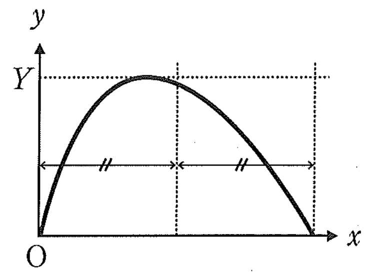
(エ)



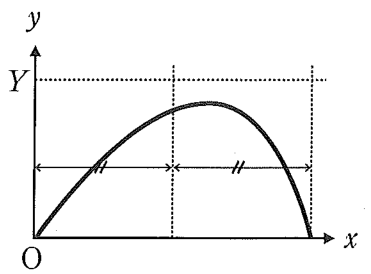
(オ)



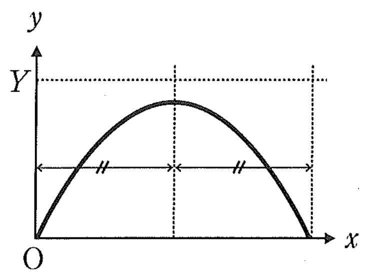
(カ)



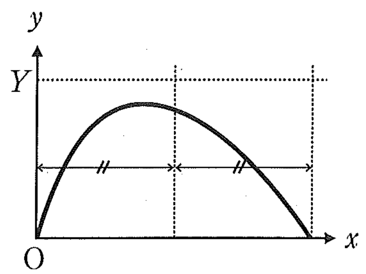
(キ)



(ク)



(ケ)



物理　問題II

図１のように真空中に設置した平行板コンデンサーおよびコイルによって発生する電場および磁場中に電子を飛ばし，十分遠い位置に置かれたスクリーンに電子が到達した場合の運動について考える。遠方から z 軸に沿って電子が入射するとし，z 軸とそれに垂直に立てたスクリーンとの交点が原点O，水平方向奥向きが x 軸の正の方向，鉛直上向きが y 軸の正の方向，水平方向右向きが z 軸の正の方向となるように座標軸を定める。電荷 $-e\,(e>0)$，質量 m の電子を，速さ v で入射させたとする。

ここで，平行板コンデンサーは辺の長さが a の正方形の金属板２枚を短い距離 d で平行に向かい合わせたものであり，コイルは辺の長さが a の正方形断面を持つ透磁率 μ の近接した２つの鉄心に，導線を単位長さあたり n 回巻きつけたものである。透磁率 μ は実数の定数とする。

電場 E は金属板間の空間に一様に分布し外側への漏れはないものとし，鉄心の間に生じる磁束密度 B は鉄心内に生じる磁束密度 B に等しく，鉄心および鉄心の間の空間に一様に分布し外側への漏れはないものとする。また，スクリーン上での電子の到達位置と原点Oとの距離は，コンデンサーおよびコイルとスクリーン間の距離と比べ十分短くなるように，電場および磁場の強さを与えるものとする。金属板の厚さ，平行板コンデンサーとコイルの抵抗，および重力と地磁気の影響は無視できるとする。また，電磁波の発生については無視する。以下の設問に答えよ。

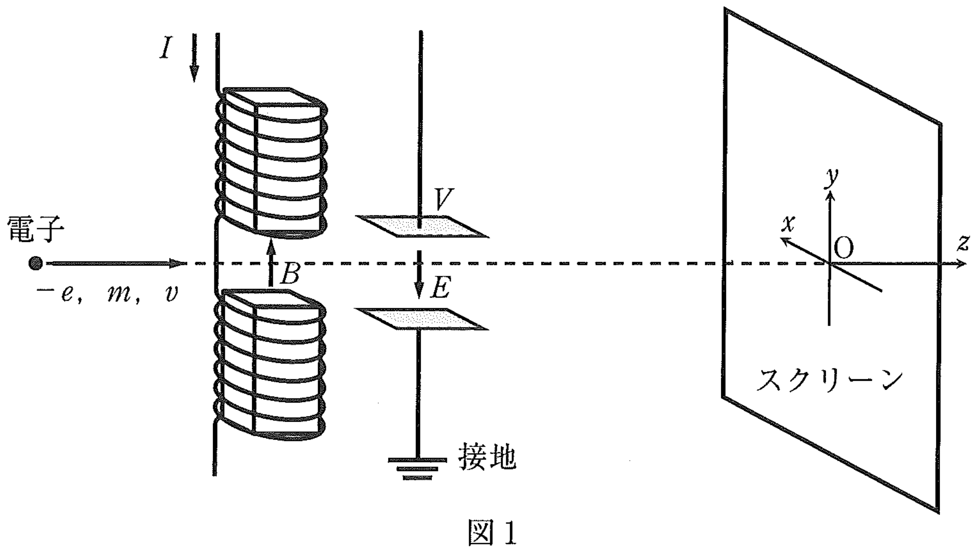


図１

設問(1)：金属板間に一定の電圧 V をかけ，y 軸の負方向に一様電場 E が生じたとする。このとき，コイルに電流は流れていないものとする。以下の文章中の $\boxed{\text{(あ)}}$，$\boxed{\text{(い)}}$ および $\boxed{\text{(え)}}$ に入る式を V，e，m，v，a，d のうち必要なものを用いて表せ。また，$\boxed{\text{(う)}}$ に入る語句として最も適切なものを以下の選択肢(ア)〜(カ)より一つ選び，解答欄に丸をつけよ。

金属板間には大きさ E = $\boxed{\text{(あ)}}$ の電場が生じる。その電場中を通過する電子に加わる力の大きさは $\boxed{\text{(い)}}$ であり，その向きは $\boxed{\text{(う)}}$ である。金属板通過後の電子の速度の z 軸に垂直な成分の大きさは，$\boxed{\text{(え)}}$ となる。

$\boxed{\text{(う)}}$ の選択肢：

(ア) x 軸の正方向	(イ) x 軸の負方向	(ウ) y 軸の正方向
(エ) y 軸の負方向	(オ) z 軸の正方向	(カ) z 軸の負方向

設問(2)：次に，金属板間の電圧 V をゼロにし，コイルに電流 I を流して鉄心間に y 軸の正方向に磁束密度 B の磁場が生じたとする。ただし電流 I は図1の矢印の方向を正とする。以下の文章中の $\boxed{\text{(お)}}$，$\boxed{\text{(か)}}$ および $\boxed{\text{(く)}}$ に入る式を I，e，m，v，a，n，μ のうち必要なものを用いて表せ。また，$\boxed{\text{(き)}}$ に入る語句として最も適切なものを以下の選択肢(ア)〜(カ)より一つ選び，解答欄に丸をつけよ。

2つの鉄心の間の空間には磁束密度 B = $\boxed{\text{(お)}}$ の磁場が生じる。その磁場中を通過する電子に加わる力の大きさは $\boxed{\text{(か)}}$ であり，その向きは $\boxed{\text{(き)}}$ である。コイル通過後の電子の速度の z 軸に垂直な成分の大きさは $\boxed{\text{(く)}}$ となる。

$\boxed{\text{(き)}}$ の選択肢：

(ア) x 軸の正方向	(イ) x 軸の負方向	(ウ) y 軸の正方向
(エ) y 軸の負方向	(オ) z 軸の正方向	(カ) z 軸の負方向

設問(3)：図2のようにコイルと平行板コンデンサー，および抵抗を直列につなぎ，時間 t とともに角周波数 ω の交流電圧をかけた場合を考える。ここで，端子Pで図2の I の右側に示した矢印方向に流れる電流を $I_0 \sin \omega t$，コイルの端子PQ間の自己インダクタンスを L，平行板コンデンサーの電気容量を C とする。また，交流電圧の振動周期は入射した電子がコイルおよび金属板を通過する時間に比べて十分長いものとする。以下の文章中の $\boxed{\text{(け)}}$ ～ $\boxed{\text{(す)}}$ に入る式を I_0，ω，t，L，C，d，n，μ のうち必要なものを用いて表せ。また，$\boxed{\text{(せ)}}$ は図3の選択肢(ア)～(オ)の中から最も適切なものを一つ選び，解答欄に丸をつけよ。

必要であれば，加法定理

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

および $|\alpha| \ll 1$ のときの三角関数の近似式

$$\begin{cases} \sin\alpha \fallingdotseq \alpha \\ \cos\alpha \fallingdotseq 1 \end{cases}$$

を用いよ。

端子Qからみた端子Pの電位は $\boxed{\text{(け)}}$ であり，端子Rからみた端子Qの電位は $\boxed{\text{(こ)}}$ である。これらから端子Rからみた端子Pの電位を求めると，$\boxed{\text{(さ)}}$ となる。

鉄心の間の空間に生じる磁束密度は $\boxed{\text{(し)}}$，平行板間に生じる電場は $\boxed{\text{(す)}}$ となるため，同じ速さ v で連続的に電子を入射したときスクリーンに到達する電子の位置の軌跡を図2のスクリーンの右側からスクリーンを見たとき，図3の $\boxed{\text{(せ)}}$ のようになる。

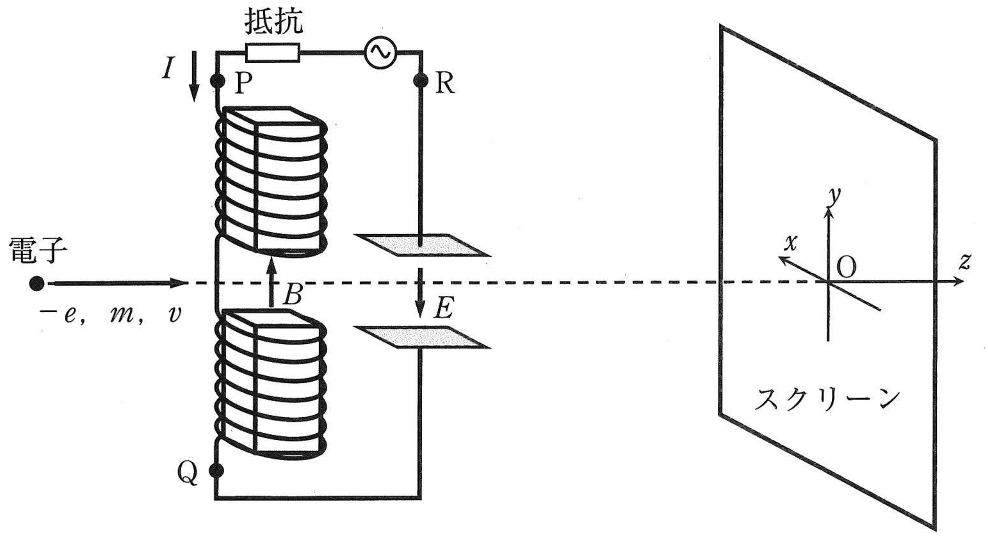


図 2

(せ) の選択肢：

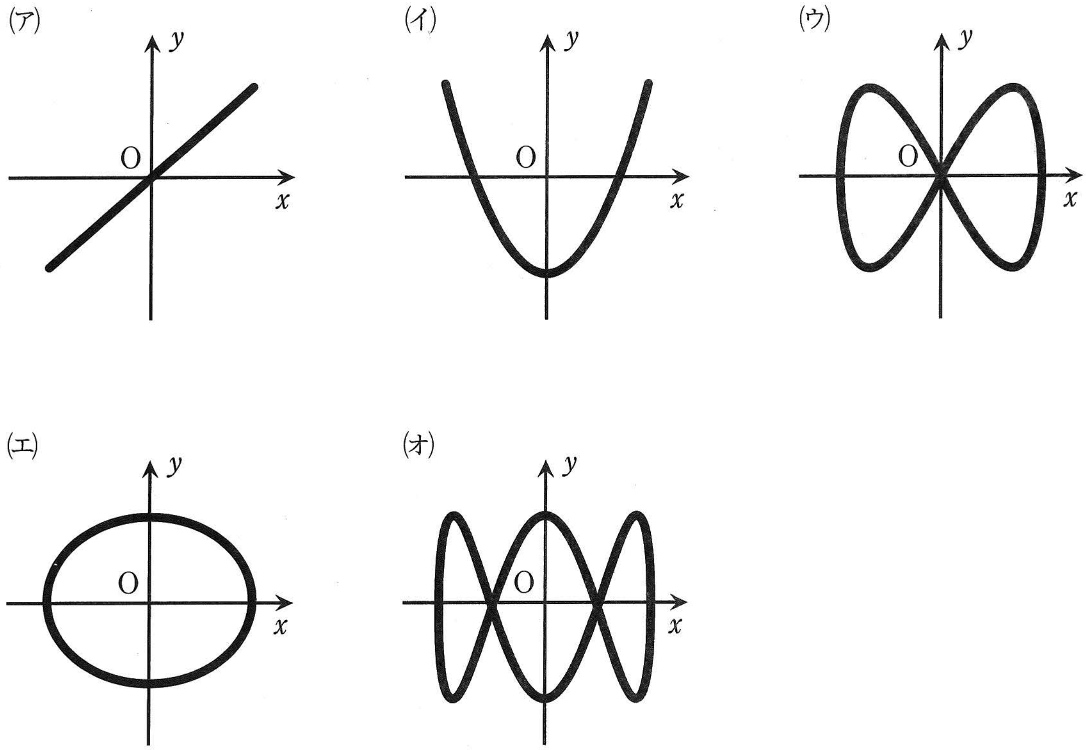


図 3

物理　問題Ⅲ

なめらかに動くピストンを備えたシリンダーAを図1のように配置し，水平な床に固定する。さらに，シリンダーAを断熱壁で囲って内部から熱が逃げないようにし，内部に設置したヒーターで中の気体を加熱できるようにする。ただし，以下では，ピストンは熱を伝えず，シリンダーとピストンは変形しないとし，ヒーターの体積とピストンの質量，およびシリンダーの熱容量は無視できるものとする。また，シリンダー外部の大気(外気)の圧力は p_0 で一定とする。

シリンダーA内に1モルの単原子分子理想気体を封入し，これを気体Aとする。気体Aの圧力，体積，温度は，それぞれ p_0, V_0, T_0 であり，ピストンは静止していた。この圧力，体積，温度の状態を状態⓪とする。以下では，温度を絶対温度で表し，気体定数を R とする。

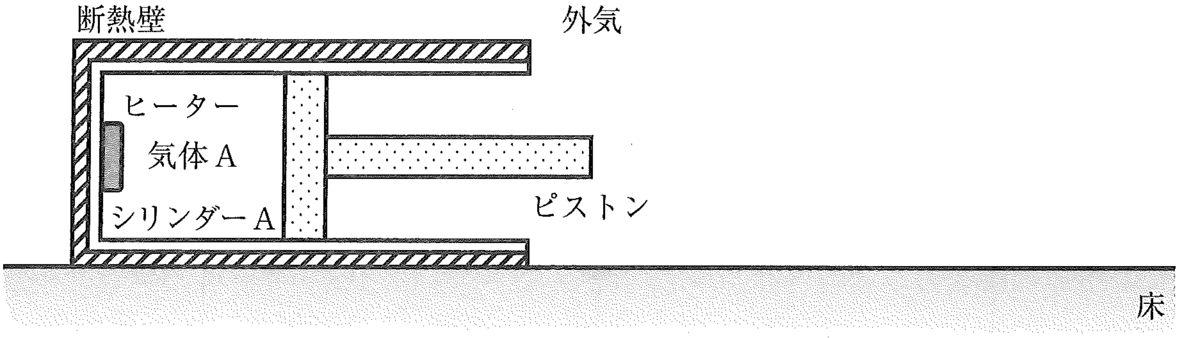


図1

はじめに，シリンダーA内のヒーターから熱を与え，気体Aを加熱した。ピストンはゆっくりと動き，与えた熱量が Q_{A1} に達したところでヒーターを切るとピストンは静止した。これを状態①とする。状態①における気体Aの体積と温度は，それぞれ V_{A1}, T_{A1} であった。

設問(1)：気体Aの定圧モル比熱を $\frac{5}{2}R$ として，T_{A1} を R，T_0，Q_{A1} を用いて表せ。

設問(2)：状態⓪から状態①へ至る間に気体Aがした仕事 W_{A1} は，$W_{A1} = p_0(V_{A1} - V_0)$ で与えられる。W_{A1} を R，T_0，T_{A1} を用いて表せ。

設問(3)：設問(1)と設問(2)の結果を使い，W_{A1} を Q_{A1} を用いて表せ。

次に，気体Aを状態⓪に戻し，シリンダーAと断面積が等しく，なめらかに動くピストンを介してつながれたシリンダーBを図2のように配置し，床に固定する。シリンダーB内に1モルの単原子分子理想気体を封入し，これを気体Bとする。二つのシリンダー内の気体の圧力，体積，温度は状態⓪に等しく，それぞれ p_0，V_0，T_0 とする。さらに，シリンダーBを等温壁で囲った(図2)。ここで，シリンダーA内のヒーターで気体Aを加熱した。ピストンはゆっくりと動き，与えた熱量が Q_{A2} に達したところでヒーターを切るとピストンは静止した。この間，気体Bの温度は T_0 で一定であった。この状態を状態②とする。状態②における気体Aの圧力，体積，温度は，それぞれ p_{A2}，V_{A2}，T_{A2}，気体Bの圧力，体積は，それぞれ p_{B2}，V_{B2} であった。状態⓪から状態②へ至る間に，気体Bから失われた熱量は Q_{B2} であった。状態②において V_{A2} と V_{B2} の比を測定すると $V_{A2} : V_{B2} = 3:1$ であった。

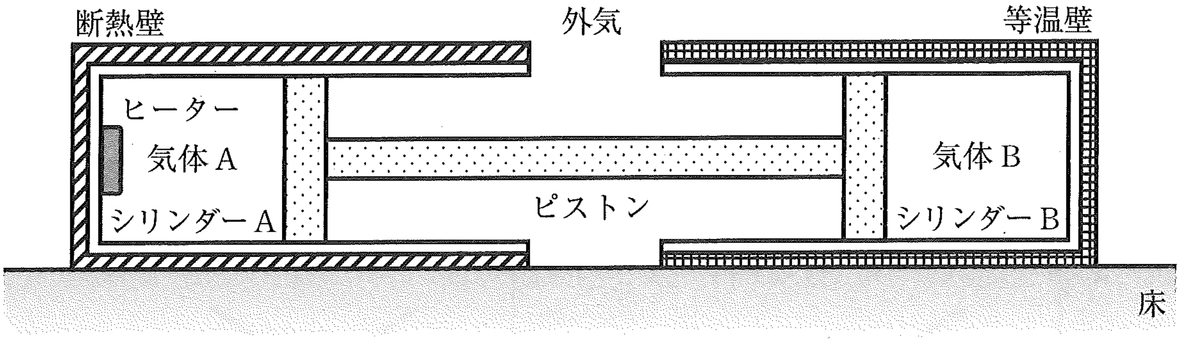


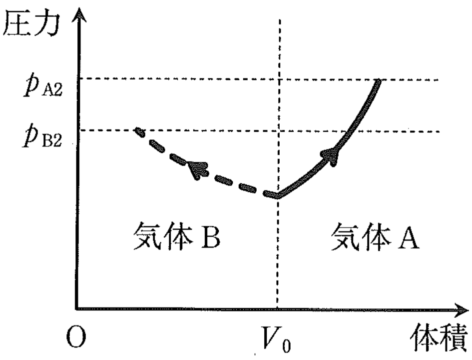
図2

設問(4)：V_{B2} を V_0 を用いて表せ。

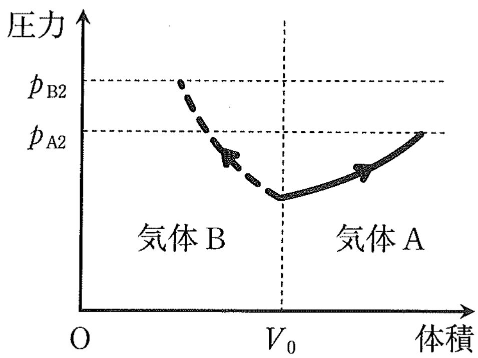
設問(5)：状態⓪から状態②に至るまでの気体 A，B の体積と圧力の変化を表すグラフとして最も適切なものを以下の選択肢(ア)〜(カ)より一つ選び，解答欄に丸をつけよ。ここで，太い実線は気体 A の変化を，太い破線は気体 B の変化を表す。

選択肢：

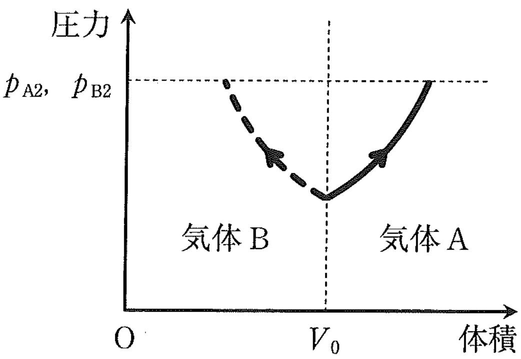
(ア)



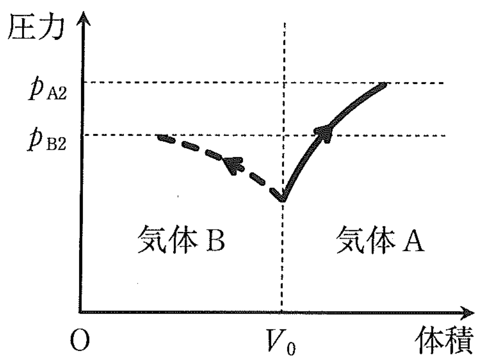
(イ)



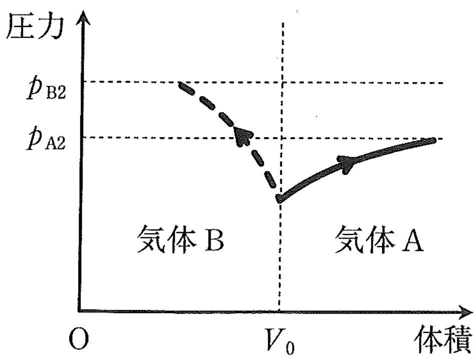
(ウ)



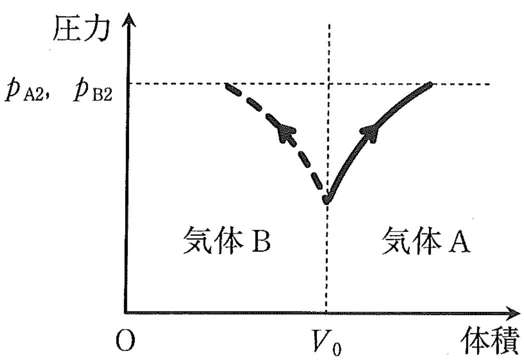
(エ)



(オ)



(カ)



設問(6)：T_{A2} を T_0 を用いて表せ。

設問(7)：熱力学第一法則を使って，状態⓪から状態②までの間に気体Aがした仕事 W_{A2} を R，T_0，Q_{A2} を用いて表せ。

設問(8)：ヒーターから気体Aに与えられた熱量と気体Bから失われた熱量の差 $Q_{A2}-Q_{B2}$ を R，T_0 を用いて表せ。

設問(9)：状態⓪から状態②へ至る間に気体Aに与えられた熱量 Q_{A2} を R，T_0 を用いて表せ。ただし，解答においては，一定の温度 T_0 をもつ1モルの単原子分子理想気体を体積 V_1 から V_2 へ変化させた時に気体にされた仕事は $RT_0 \log \dfrac{V_1}{V_2}$ と表されることを用いてよい。ここで $\log x$ は，$e = 2.71828\cdots$ を底とする x の対数(自然対数)である。

次に，気体Aと気体Bを状態⓪に戻し，シリンダーBの等温壁を断熱壁に取り換えて内部から熱が逃げないようにした(図3)。ここで，シリンダーA内のヒーターで気体Aを加熱した。ピストンはゆっくりと動き，与えた熱量がQ_{A3}に達したところでヒーターを切るとピストンは静止した。この状態を状態③とする。状態③における気体Aの圧力，体積，温度は，それぞれp_{A3}，V_{A3}，T_{A3}，気体Bの圧力，体積，温度は，それぞれp_{B3}，V_{B3}，T_{B3}であった。

以下では，単原子分子理想気体の圧力pと体積Vに対し，断熱過程において$pV^{\frac{5}{3}}$が一定に保たれるとする(これを断熱法則と呼ぶ)。

設問(10)：状態③における気体Aの温度T_{A3}をV_0，V_{B3}，T_{B3}を用いて表せ。

設問(11)：断熱法則を適用し，状態③における気体Bの体積V_{B3}をV_0，T_0，T_{B3}を用いて表せ。

設問(12)：状態③における気体A，Bの内部エネルギーの合計をR，T_0，Q_{A3}を用いて表せ。

(補足)設問(10)から設問(12)までの結果を使うと，状態③における気体Bの圧力，体積，温度を，状態⓪の条件と与えた熱量から求めることができる。

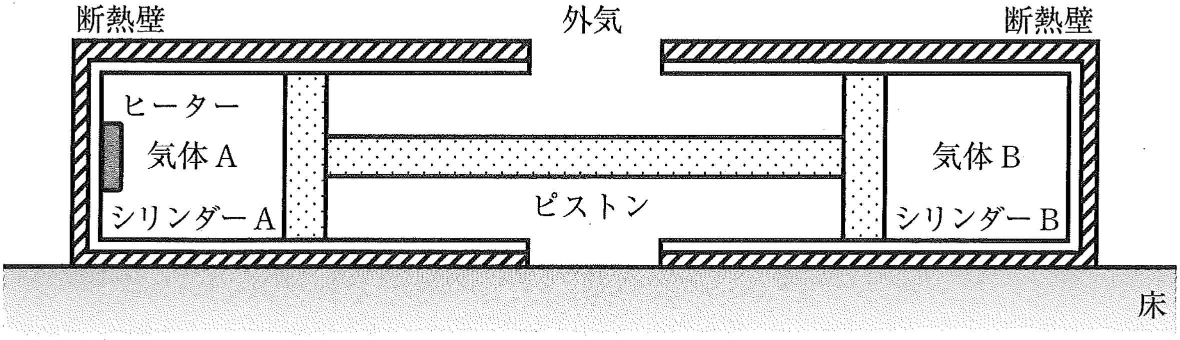


図3