補　足　説　明

教科：　理科

問題冊子に，次のとおり補足説明があります。

補足説明

・科目名：物理

・問題冊子　５ページ

・問題番号：問題I　設問（７）～（１０）

図４では，図３と同じく，質量m_1の小球１を，初速v_0，角度θで打ち上げる場合を考える。

・科目名：物理

・問題冊子　７ページ

・問題番号：問題II　設問（７）

ここで，$Q(x)$は，電位差Vを加えたときにコンデンサー容量$C(x)$に蓄えられる電荷である。

物理　問題 I

重力のもとでの小球の運動を考える。以降では，重力加速度の大きさを g とし，小球の大きさと空気抵抗や摩擦は無視できるとする。

図1のように，質量 m の小球を，水平から角度 ϕ（$0° < \phi < 90°$）の斜面に置いたばねを用いた発射台によって打ち上げる。小球が斜面の上端に位置するときに，ばねは自然長となる。ばね定数を k とし，ばねの重さや小球と発射台の間の摩擦は無視できるとする。ここで，ばねを自然長から d だけ縮めた状態を初期状態とし，小球が発射される程度に d は十分大きいとする。

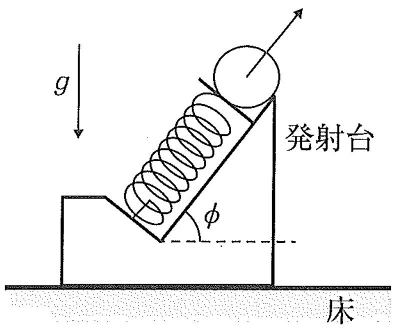

図 1

まず，発射台は水平な床に固定されているとする。

設問(1)：小球がばねを離れる時の速さ V_1 を m，ϕ，g，k，d を用いて表せ。

次に，発射台が水平な床に固定されておらず，摩擦なくすべる状態を考える。発射台の質量を M とし，初期状態では小球や発射台は静止しており，同時に動き出すとする。また，図２のように，床にいる観測者から見て，小球がばねを離れる時の速さを V_2，発射台の速さを V_3 とし，小球の速度の水平成分を V_{2x}，鉛直成分を V_{2y} とする。

設問(2)：$\tan\phi$ を V_{2x}，V_{2y}，V_3 を用いて表せ。

設問(3)：初期状態から小球がばねを離れるまでの水平方向の運動量保存を表す式を V_{2x}，V_3，m，M を用いて表せ。

設問(4)：床にいる観測者から見た時の小球が発射される角度 ϕ' は，発射台の角度 ϕ より大きくなる。その理由を数式を用いて簡潔に述べよ。

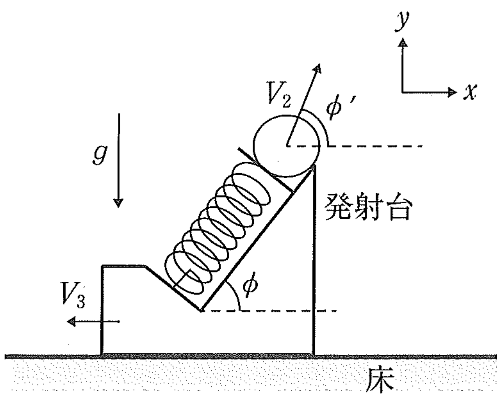

図２

次に，図3のように，質量 m_1 の小球1を，初速 v_0，角度 θ で打ち上げるときの運動を考える。小球1を打ち上げる時刻を $t = 0$ とする。

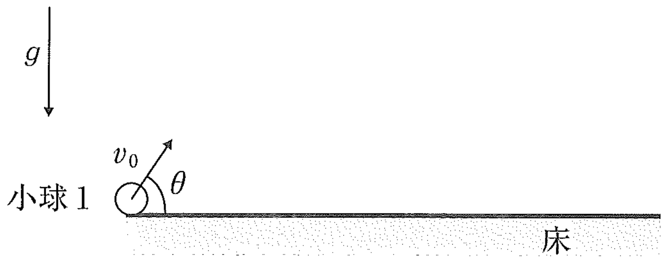

図3

設問(5)：小球1を打ち上げてから小球1が最高点に達するまでの時刻 t_1 と最高点の高さ h を v_0，θ，g を用いてそれぞれ表せ。

設問(6)：小球1を打ち上げてから小球1が最高点に達するまでに動いた水平距離 ℓ を v_0，θ，g を用いて表せ。

図4のように，距離 L にある高さ H の台の端に質量 m_2 の小球2を置く。小球1が最高点で小球2と衝突し，逆方向へ跳ね返る場合を考える。衝突直後の小球1の速さを v_1，小球2の速さを v_2 とする。また，この衝突における反発係数を e とする。

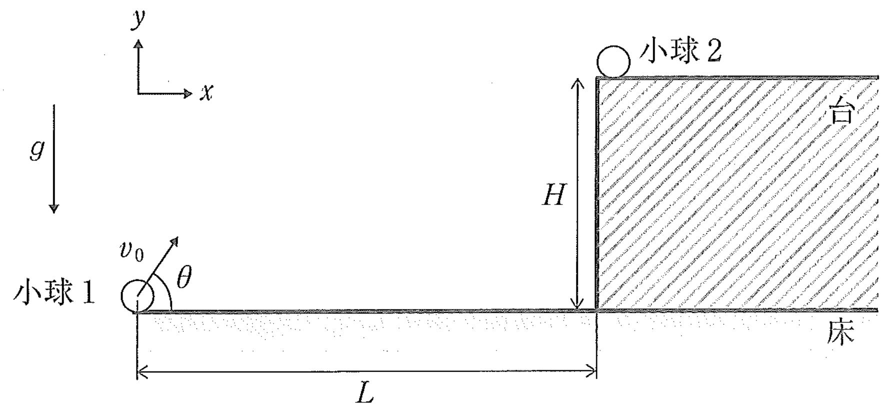

図4

設問(7)：小球1を最高点で小球2に衝突させるために必要な初速 v_0 をあたえる力学的エネルギー E_0 を m_1，g，L，H を用いて表せ。

設問(8)：衝突前後での水平方向の運動量保存を示す式を v_0，v_1，v_2，θ，m_1，m_2 を用いて表せ。

設問(9)：速さ v_1，v_2 を v_0，θ，m_1，m_2，e を用いてそれぞれ表せ。

設問(10)：この衝突で失った力学的エネルギー $\varDelta E$ は，衝突直前の小球1の運動エネルギー E_1 を用いて，

$$\varDelta E = E_1\left(\boxed{}\right)\frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

の形で表される。四角の空欄に入る式を e を用いて表せ。

物理　問題Ⅱ

図1のように，金属でできた二辺の長さ ℓ の直角二等辺三角形の薄い極板を，間隔 d で固定した平行平板コンデンサーに，起電力 V の直流電源が導線で接続されている。間隔 d は辺の長さ ℓ に比べて十分小さいものとし，端の効果は無視できるものとする。コンデンサーの極板間に，比誘電率が2，直角二等辺三角形の二辺の長さが ℓ で高さが $d/3$ の三角柱の誘電体を，図1のように極板と平行に挿入した。誘電体は，誘電体に働く静電気力とつりあう外力によって図1のような位置で静止している。極板右端の点B直下の誘電体上面を点Oとし，誘電体右端の点Pと点Oとの距離を x とする。また，辺OPを含む直線を軸として，矢印の向きを正とする。図1右下のように極板上部から見たとき，辺OPは極板の辺ABと同一直線上にある状態を保ちつつ，点Pは点Oの右側に常に位置する。この条件において，誘電体は $0 < x < \ell$ の範囲で辺OPに平行に移動させることができる。ここで，極板と誘電体との間の摩擦や電磁波の発生は考えないものとし，重力の影響や導線の抵抗は無視できるものとする。また，回路全体は真空中に置かれ，真空の誘電率は ε_0 である。以下の設問に答えよ。

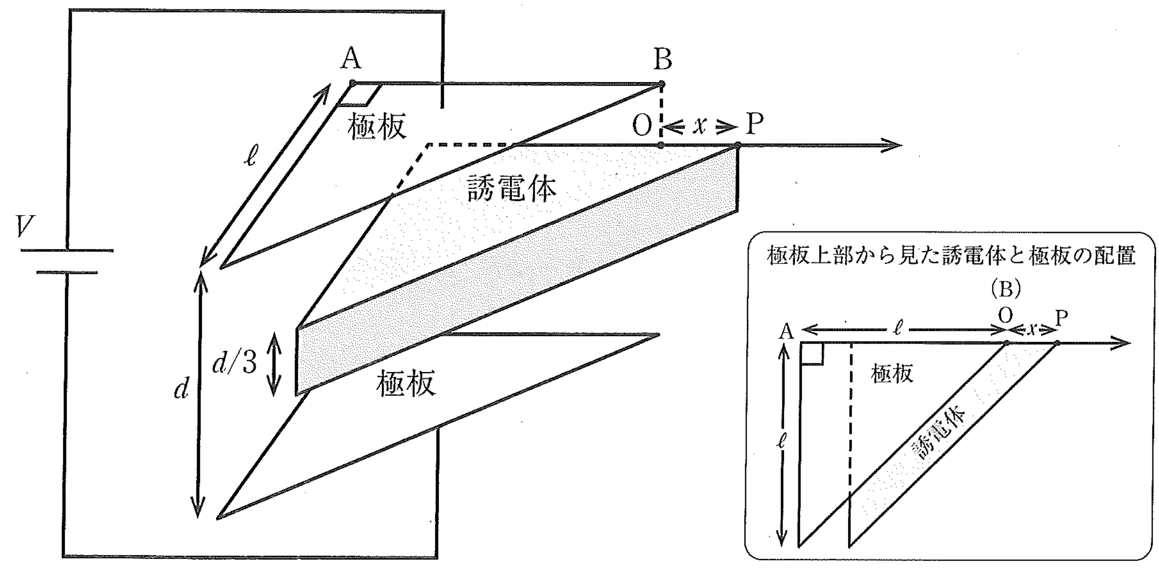

図1

全体のコンデンサーの容量 $C(x)$ を考える。

設問(1)：極板上部から見たとき，三角柱の誘電体と極板が重なり合う面積 $S_1(x)$ を ℓ，x を用いて表せ。

設問(2)：三角柱の誘電体と極板が重なり合う面積 $S_1(x)$ の領域におけるコンデンサー容量 $C_1(x)$ を ℓ，x，ε_0，d を用いて表せ。

設問(3)：三角柱の誘電体と極板が重なり合わない領域におけるコンデンサー容量 $C_0(x)$ を ℓ，x，ε_0，d を用いて表せ。

設問(4)：全体のコンデンサー容量 $C(x)$ を ℓ，x，ε_0，d を用いて表せ。

設問(5)：設問(4)の全体のコンデンサー容量 $C(x)$ に蓄えられる静電エネルギー $U(x)$ を ℓ，x，ε_0，d，V を用いて表せ。

次に，誘電体に外力を加えることによって，辺 OP を含む軸の正の向きに距離 Δ だけゆっくりと動かした。このとき，極板間の電位差 V は一定に保たれている。ただし，$0 < x + \Delta < \ell$ とする。

設問(6)：蓄えられた静電エネルギーの変化分 $U(x+\Delta) - U(x)$ を ℓ，x，ε_0，d，V，Δ を用いて表せ。

設問(7)：距離 Δ だけ移動した時，極板間の電位差を V に保つために直流電源は電荷 $Q(x+\Delta) - Q(x)$ を供給する必要がある。この電荷の供給に必要な電源がする仕事 $W_I(x)$ を $U(x+\Delta) - U(x)$ を用いて表せ。

設問(8)：距離 $\varDelta$ だけ移動した時の外力がする仕事 $W_F(x)$，静電エネルギーの変化 $U(x+\varDelta)-U(x)$ と，電源がする仕事 $W_I(x)$ との関係から，外力がする仕事 $W_F(x)$ を $U(x+\varDelta)-U(x)$ を用いて表せ。

設問(9)：このとき，誘電体には外力とつりあう静電気力が働いている。$0<x<\ell$ の範囲における静電気力の移動方向に平行な成分 $F_{\mathrm{p}}(x)$ を ℓ，x，ε_0，d，V を用いて表せ。ここで，距離 $\varDelta$ が x に比べて微小であるとして，$(\varDelta)^2$ の項を無視する。なお，力の向きに注意して解答すること。

設問(10)：設問(9)にて求めた静電気力 $F_{\mathrm{p}}(x)$ をグラフに描け。ただし，辺 OP の軸の矢印の向きに働く静電気力を正とする。

物理　問題Ⅲ

原点Oに一定の振動数fの音波を発生する大きさの無視できる音源を置く。観測装置の大きさは無視できるものとする。音源によって作られる音波は球面波とし，xy平面上での波面は円となる。媒質は空気とし，風がないときの音速をVとする。

まず，風がない場合を考える。図1には音波が発生してから十分に時間が経った後の波面の様子が示されている。図中には時刻$t = 0$に音源から出た波面が実線で描かれており，これを波面1と呼ぶ。時刻$t = 1/f$に音源から出た波面が点線で描かれており，これを波面2と呼ぶ。波面1上の任意の点を$(X,\ Y)$とし，音波が発生してから十分に時間が経った後の時刻において以下の設問に答えよ。

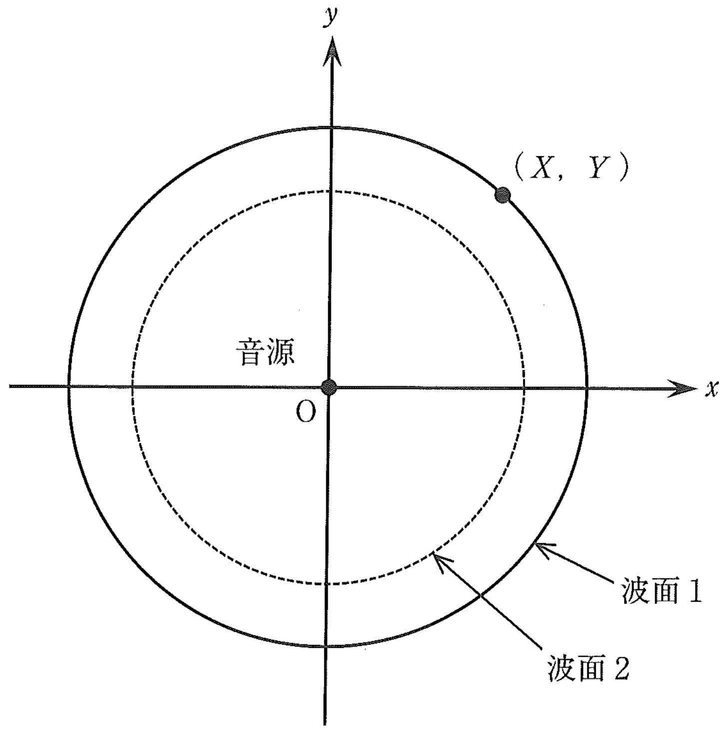

図1

設問(1)：波面1と波面2の間隔λをf，Vを用いて表せ。

設問(2)：波面1上の任意の点$(X,\ Y)$の満たす関係式をt，V，X，Yを用いて表せ。

次に，図２のように風が吹いている場合を考える。速さ w の風が一様に図中の左から右へ x 軸に平行に吹いている場合に，音波が発生してから十分に時間が経った後の波面の様子が描かれている。ただし，風の速さは $w < V$ を満たしている。図中には時刻 $t = 0$ に音源から出た波面が実線で描かれており，これを波面１と呼ぶ。時刻 $t = 1/f$ に音源から出た波面が点線で描かれており，これを波面２と呼ぶ。音源によって作られる xy 平面上での波面は円となるが，その中心は時間と共に移動する。時刻 $t = 0$ に音源から出た波面１上の任意の点を $(X,\ Y)$ とし，音波が発生してから十分に時間が経った後の時刻において以下の設問に答えよ。

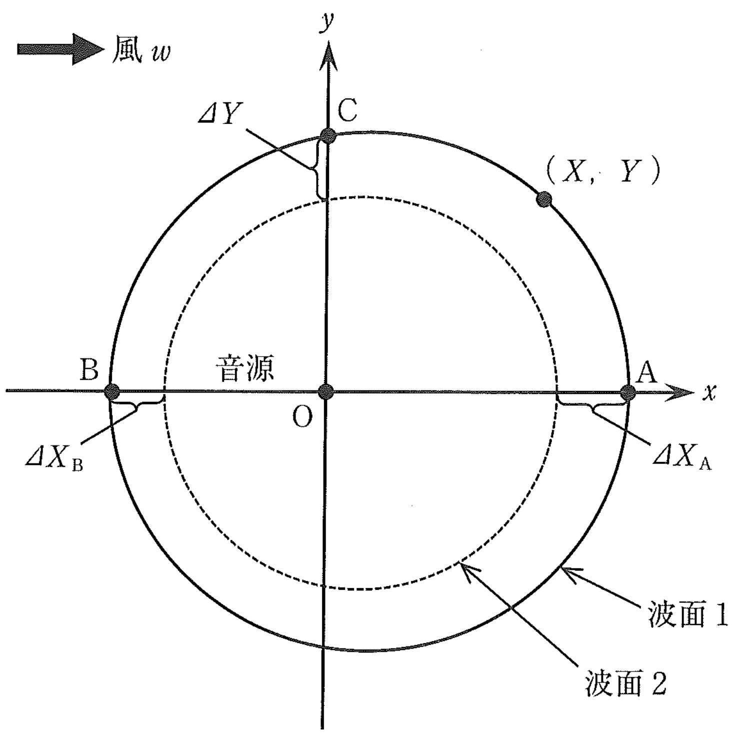

図２

設問(3)：波面１について x 軸との交点Ａの x 座標 X_A と，交点Ｂの x 座標 X_B を t，V，w を用いて表せ。ただし，$X_A > 0$，$X_B < 0$ とする。

設問(4)：x 軸上正の領域での波面1と波面2の間隔 $\varDelta X_{\mathrm{A}}$，および点A近傍の x 軸上に静止している観測装置が観測する波の振動数 f_1 を f，V，w のうち必要なものを用いて表せ。また，x 軸上負の領域での波面1と波面2の間隔 $\varDelta X_{\mathrm{B}}$，および点B近傍の x 軸上に静止している観測装置が観測する波の振動数 f_2 を f，V，w のうち必要なものを用いて表せ。ただし，x 軸上の波面の間隔 $\varDelta X_{\mathrm{A}}$，$\varDelta X_{\mathrm{B}}$ は正とする。

設問(5)：波面1上の任意の点 $(X,\ Y)$ の満たす関係式を t，V，w，X，Y を用いて表せ。

設問(6)：波面1について y 軸上正の領域における y 軸との交点をCとする。波面1と波面2の y 軸上正の領域での間隔 $\varDelta Y$，および，点C近傍の y 軸上に静止している観測装置が観測する波の振動数 f_3 を f，V，w のうち必要なものを用いて表せ。ただし，y 軸上の波面の間隔 $\varDelta Y$ は正とする。

設問(7)：観測装置が x 軸上正の領域を原点Oから離れる方向に速さ u で移動している。観測装置が観測する振動数 f_4 を f，V，w，u のうち必要なものを用いて表せ。また，観測装置が y 軸上正の領域を原点Oに向かって速さ u で移動している場合に，観測装置が観測する振動数 f_5 を f，V，w，u のうち必要なものを用いて表せ。ただし，速さ u は $u < V + w$ を満たしている。

次に，図3のように原点Oと x 軸上の $x = 2L > 0$ の位置 O′ に音源をおく。OとO′ の音源は同一周波数 f かつ同位相・同振幅の音波をそれぞれ等方的に発する。OとO′ の中点を点Dとし，L は音波の波長に比べて十分に大きく，点Dおよびその近傍にそれぞれの音源から到達する音波は，平面波かつ一定の振幅を持つ正弦波として近似できるものとする。以下の設問では，音源が音を出し始めてから十分な時間が経っているとする。ただし，音波の振幅は密度変化の大きさを表す。

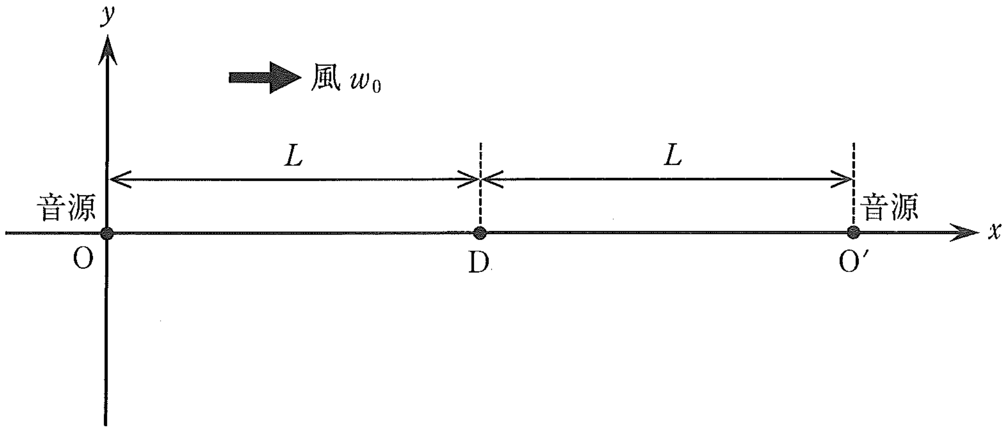

図 3

設問(8)：x 軸正の向きの風速が O と O′ の間で一様となるように，風速を 0 から十分にゆっくりと増加させる。風速が w_0 に達した時に，点 D で観測される音波の合成波の振幅は初めて極小となり，風速が w_0 を超えるとその振幅は再度大きくなり始めた。距離 L を V，f，w_0 のうち必要なものを用いて表せ。ただし，風が音波の振幅に与える影響は無視できるものとする。

設問(9)：次に，風速 w_0 のまま，観測装置を点 D から x 軸正の方向に移動させると，点 D から距離 d だけ移動させた位置で音波の合成波の振幅が初めて極大となった。d を V，f，w_0 のうち必要なものを用いて表せ。設問(8)と同様に，風が音波の振幅に与える影響は無視できるものとする。