

乱れた量子系における粒子数揺らぎと量子もつれの成長則を発見 ～コーヒーの染みの広がりとの意外なつながり～

国立大学法人東海国立大学機構 名古屋大学高等研究院・大学院工学研究科の藤本和也 特任助教、名古屋大学大学院工学研究科の川口 由紀 教授の研究グループは、理化学研究所開拓研究本部の濱崎 立資 理研白眉研究チームリーダーとの共同研究で、乱れたポテンシャルを持つ1次元格子上的自由フェルミ粒子系^{注1)}における量子ダイナミクスを理論的に調べ、「系の一部分に含まれる粒子数の揺らぎ^{注2)}」と「量子もつれ^{注3)}」の成長が、古典系^{注4)}の界面成長で知られている「動的スケーリング^{注5)}」で特徴づけられることを明らかにしました。

時間とともに変化する非平衡現象は、状況設定に依存した多彩な様相を示し、一見とらえどころがない振る舞いを示します。しかし、統計的な性質をみると系の詳細に依存しない普遍的な性質が現れることがあります。その代表例は古典系の界面成長で、イメージしやすい例は衣服などについてのコーヒーの染みになります。この界面の粗さ^{注6)}の時間変化は、長さや時間の基準となる単位を状況ごとに取り直せば、一つの関数で記述できる場合があります。このような性質は「動的スケーリング」と呼ばれています。

本研究では、古典系の界面成長と一見異なる、乱れた量子系の非平衡ダイナミクスを調べました。その結果、界面成長と類似の動的スケーリングが、粒子数揺らぎと量子もつれの成長に現れることを発見しました。これは、乱れた量子系の普遍的側面を理解するための新しい見方を提案しています。

本研究成果は、2021年8月24日付 American Physical Society 「Physical Review Letters」に掲載されました。

本研究は、科学研究費助成事業 (JP18K03538, JP19H01824, JP19K14628, 20H01843)、CREST(JPMJCR16F2)、木下記念事業団、豊田理研スカラー、文科省の科学技術人材育成のコンソーシアムの構築事業 (高等研究院の世代研究者育成プログラム) の支援のもと行われました。

【ポイント】

- ・量子力学で記述される、乱れたポテンシャル中におけるフェルミ粒子系のダイナミクスを調べ、その粒子数揺らぎと量子もつれが古典系の界面成長で知られた Family-Vicsek スケーリング^{注7)}を示すことを発見。
- ・古典系で発展してきた界面成長の物理を用いることで、乱れた量子系における非平衡ダイナミクスの普遍的側面が界面粗さ成長という新しい視点で捉えられる可能性を提示。

【研究背景と内容】

私たちを取り巻く自然現象の多くは、時間とともに変化する非平衡現象に溢れています。身近なスケールでは蛇口から出てくる乱れた水の流れ、大きなスケールでは荒れた海洋の流れなどが想像しやすい例になります。このような非平衡現象は平衡現象よりも豊かな物理を含む一方で、その理解は簡単ではないため、現代物理学における重要なテーマの一つになっています。近年では、実験技術の発展により、制御性の極めて高い、量子力学に従う原子や分子からなる系（量子系^{注8)}）が実現され、その非平衡ダイナミクスが注目されています。特に、こうした量子非平衡系の多くに共通して成り立つ法則（普遍性）を理解することは基本的かつ十分に開拓されていない問題です。

我々は、こうした量子非平衡系の普遍性を理解するために、一見関係のない「古典系の界面成長」という歴史ある問題に着目しました。界面が成長する非平衡現象は古典系を中心に精力的に研究され、その普遍的側面を含めて深く理解されています。界面の成長を想起しやすい例は、衣服などに付着したコーヒーの染みになります。図1の写真に示されているように、コーヒーで汚れた領域と汚れていない領域の境界が界面になり、これが時間とともに変化して成長します。これまで、このような界面の成長が統計物理学^{注9)}の枠組みで活発に研究され、特に界面粗さに注目すると、系の詳細に依存しない普遍的な動的スケールリングが現れることが明らかにされています。もう少し詳しく



図1 衣服にコーヒーを落としたときのできる染み。汚れた茶色の領域と白い領域の境界が形成される。この境界がイメージしやすい界面の例になる。

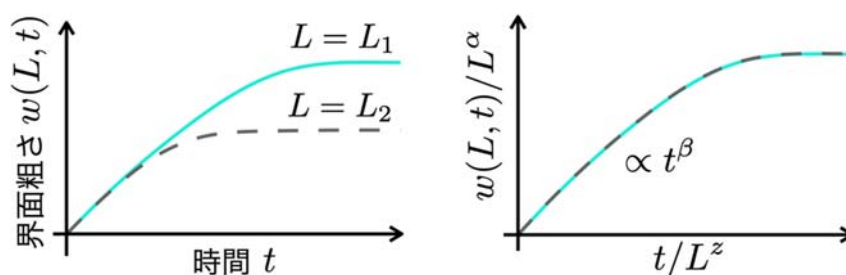


図2 Family-Vicsek スケーリングの模式図。 $w(L, t)$ は界面粗さであり、界面粗さを計算するときに切り取った系のサイズ L と時間 t の関数になる。左図は異なるサイズ L_1, L_2 の界面粗さの時間発展のイメージ図。ただし、 $L_1 > L_2$ を仮定している。右図では、左図の縦軸と横軸をそれぞれ L^α, L^z で割ったグラフである。Family-Vicsek スケーリングが成立する時には、右図のように異なるサイズの界面粗さが一つの曲線に重なる。また、界面粗さは t^β に比例して成長する。このスケールリングは (α, β, z) の3つの実数で特徴づけられ、これらをスケールリング指数と呼ぶ。

く述べますと、図2に示される Family-Vicsek スケーリングと呼ばれる動的スケーリングが現れます。動的スケーリングとは、時間と空間を測る基準スケールを適切に変換すると、変換前後で系の区別がつかなくなることです。このような振る舞いは、液晶などを用いた古典系の実験で観測されています。

本研究では、乱れたポテンシャルを持つ1次元格子上的自由フェルミ粒子系の量子ダイナミクスを、Family-Vicsek スケーリングの観点から理論的に調べました。図3は私たちが扱った量子系のイメージ図で、自由フェルミ粒子が1次元の乱れたポテンシャル上で運動します。私たちは時間依存 Schrödinger 方程式^{注10)}を解くことで、この量子系の「系の一部分に含まれる粒子数の揺らぎ」と量子もつれを特徴づける「エンタングルメントエントロピー^{注11)}」の成長に Family-Vicsek スケーリングが現れることを発見しました。また、この系では乱れたポテンシャルにより粒子の空間的な局在がおき、粒子の輸送現象に異常な振る舞いが現れる場合があります。この現象は Anderson 局在^{注12)}として古くから知られており、現在まで活発に研究されてきました。本研究では、この局在現象を反映した、古典系では知られていない Family-Vicsek のスケーリング指数^{注13)}を発見しました。さらに、エンタングルメントエントロピーと量子系の界面粗さ^{注14)}が密接に結びついていることを半解析的に導き、量子もつれと界面成長の非自明な関係を指摘しました。

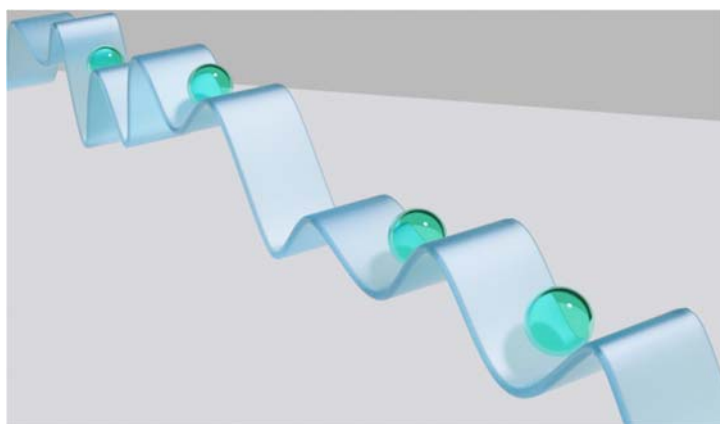


図3 乱れたポテンシャル中の1次元量子系のイメージ図。緑色の球がフェルミ粒子を表しており、それらが水色の乱れた山（乱れたポテンシャル）上で量子力学に従って運動する。系の状態は時間依存 Schrödinger 方程式を解くことで求めることができる。

【成果の意義】

現代の物理学において、時間とともに変化する非平衡現象を理解することは難しいことが知られており、系の詳細に依存しない普遍的側面を理解することが求められています。本研究では、長い研究の歴史を持つ乱れた量子系を古典系の界面粗さの視座で見ることによって、これまで知られていなかった動的スケーリング則が現れることを明らかにしました。これにより、本研究は乱れた量子系の非平衡現象の普遍性を理解するための新しい方向性を提示しました。今後、界面粗さの見方を用いることで、量子多体局在^{注15)}などを示す様々な乱れた量子系の理解が進展していくことが期待されます。また、これにより量子系において非平衡状態が熱平衡状態へと緩和していくメカニズムの理解にもつながることを期待しています。

【用語説明】

注 1) 乱れたポテンシャルを持つ 1 次元格子上的自由フェルミ粒子系:

図 3 の水色の山でイメージされる乱れた 1 次元ポテンシャル中のフェルミ粒子系を指す。ここで、フェルミ粒子は同じ場所を 2 つ以上の粒子が占有できないフェルミ統計に従う粒子であり、そのような粒子が相互作用しない多粒子系を自由フェルミ粒子系と呼ぶ。

注 2) 系の一部分に含まれる粒子数の揺らぎ:

ある場所の粒子数は、1 サイトあたりの平均粒子数から一般にずれる。このずれを特徴づける量として粒子数揺らぎ演算子が定義され、この演算子を全系の一部分について和をとった量を界面高さ演算子と呼ぶ。本プレスリリースでは、界面高さ演算子の平均二乗偏差を簡便に「系の一部分に含まれる粒子数の揺らぎ」と呼ぶ。

注 3) 量子もつれ:

量子系の非局所的な相関。

注 4) 古典系:

ニュートンの運動方程式、マクスウェル方程式などで記述される系。量子力学が生まれる以前の理論体系で記述される系のことをよく指す。

注 5) 動的スケーリング:

時間変化する現象において、空間と時間などを同時に拡大もしくは縮小の変換をした時に、変換前後で区別がつかないときに現れる法則。正確には、時間変化する物理量の相関関数などを用いて定義される。

注 6) 界面の粗さ:

平均界面高さからの揺らぎを定量化した量。界面高さの平均二乗偏差で定義される。

注 7) Family-Vicsek スケーリング:

界面粗さに現れる動的なスケーリング。時間と界面粗さを計算するときのサイズに関するスケーリング。

注 8) 量子系:

量子力学で記述される系。典型的には、原子や分子などの極微なスケールで量子力学的効果が顕著になる。

注 9) 統計物理学:

多数の粒子から系が構成されている時に、一つ一つの粒子の運動に注目するのではなく、その統計的な性質を扱う学問。

- 注 10) Schrödinger 方程式：
非相対論的な量子力学における状態ベクトルの時間発展を記述する微分方程式。
- 注 11) エンタングルメントエントロピー：
量子系の部分系に注目したときに定義されるエントロピー。量子もつれを定量化した量。
- 注 12) Anderson 局在：
乱れたポテンシャルにより引き起こされる波動の局在現象。量子力学に従う粒子は、波動的な性質を持つため、乱れたポテンシャルによる波動の干渉効果により粒子が空間的に局在することがあり、これを Anderson 局在と呼ぶ。
- 注 13) スケーリング指数：
系のサイズと時間などの尺度を変化させるときに用いる実数。本研究では、Family-Vicsek スケーリングを議論するとき用いる。図 2 でその詳細を説明。
- 注 14) 量子系の界面粗さ：
粒子数揺らぎの部分和の標準偏差が量子系の界面粗さと見なすことができる。これは古典系の揺らぐ流体力学と界面成長の間にある対応関係を量子系に拡張することで理解できる。
- 注 15) 量子多体局在：
粒子間相互作用を含む乱れた量子系で現れる局在現象。

【論文情報】

雑誌名 : Physical Review Letters

論文タイトル : Dynamical Scaling of Surface Roughness and Entanglement Entropy in Disordered Fermion Models

著者 : Kazuya Fujimoto^{1,2}, Ryusuke Hamazaki³, and Yuki Kawaguchi²

所属 : 1. 名古屋大学 高等研究院、2. 名古屋大学大学院 工学研究科、3. 理化学研究所

DOI : 10.1103/PhysRevLett.127.090601

URL : <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.127.090601>